VITTORIO EM. III.

FONDO PROVINCIA

23-B 102

BIBLIOTECA PROVINCIALE

Armadio 11

Palchetto 26

Num.° d'ordine 77

130642

NAZIONALE
B. Prov.
I
1458
NAPOLI
R. BIBLIOTECA
VITT. EM. III

Digitized by Google

B. Prov.
I
1458

Digitized by Google

Digitized by Google

107645

ARITHMÉTIQUE

SIMPLIFIÉE

ET APPLIQUÉE AU SERVICE MILITAIRE

PAR

M. LAPLAINE,

ANCIEN PROFESSEUR, AUTEUR DE LA GÉOMÉTRIE SIMPLIFIÉE
ET APPLIQUÉE A L'ART MILITAIRE.

Ouvrage désigné par la Commission d'examen instituée par Son Excellence le Ministre Secrétaire d'État de la guerre, comme pouvant être utilement consulté pour l'enseignement dans les écoles régimentaires du 2e degré.

(Décision ministérielle du 29 mars 1855.)

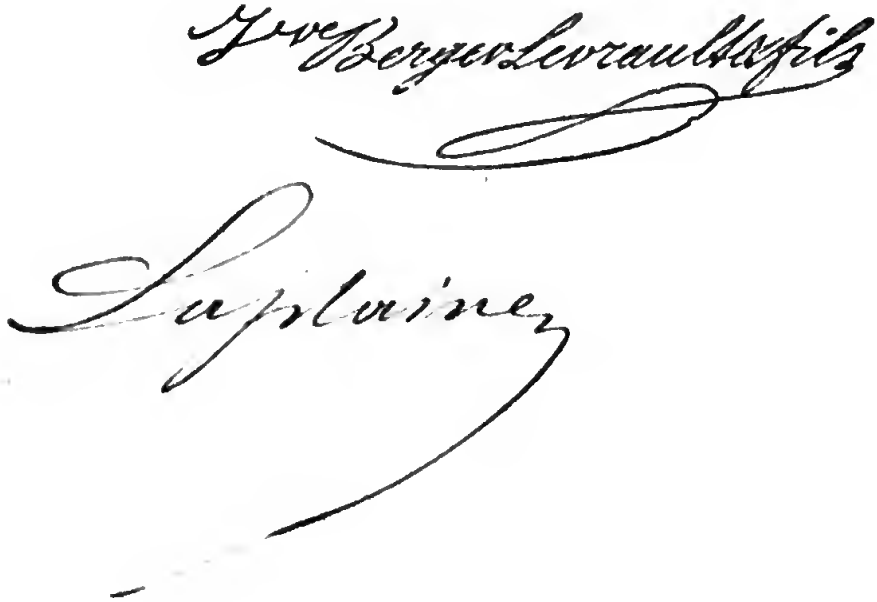
BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" - NAPOLI

VEUVE BERGER-LEVRAULT ET FILS, LIBRAIRES,

PARIS, RUE DES SAINTS-PÈRES, 8. | **STRASBOURG,** RUE DES JUIFS, 33.

1855.

Chaque exemplaire devra être revêtu de la signature de l'auteur et de l'un des éditeurs.



L'ouvrage se vend également :

Chez M. LAPLAINE, rue Childebert, 11, près la place Saint-Germain-des-Prés,

A PARIS.

Il sera répondu immédiatement aux demandes faites par écrit, et les exemplaires demandés seront expédiés sans délai.

STRASBOURG, imprimerie de veuve Berger-Levrault.

NOTE DE L'AUTEUR

ET

LETTRE MINISTÉRIELLE.

Une décision ministérielle notifiée, le 16 novembre 1852, à MM. les généraux et chefs de corps, porte que désormais il ne sera statué sur les propositions pour la sous-lieutenance qu'autant que ceux qui en seront l'objet auront justifié de l'aptitude et des connaissances nécessaires à l'autorité du grade qu'ils doivent exercer et propres à les entourer de la considération dont ils sont appelés à jouir dans le monde où l'épaulette leur donne accès.

Mais pour mettre les sous-officiers à même de remplir les nouvelles conditions qui leur sont imposées, et pour donner à l'enseignement l'uniformité qu'exige l'intérêt des études, Son Excellence le Ministre Secrétaire d'État de la guerre institua une Commission spéciale composée, ainsi qu'il suit :

MM. De Fayet de Chabanes O✻, colonel du 33e de ligne, *président;*
Brahaut O✻, colonel d'état-major, *membre;*
Dherbelot ✻, lieutenant-colonel d'artillerie, *idem;*
Ducasse ✻, chef d'escadron d'état-major, *idem;*
Fabry, lieutenant d'infanterie, *idem.*

Cette Commission fut chargée d'établir, pour chaque faculté, un programme détaillé des cours du 2e degré et de faire un choix de livres à l'usage des écoles régimentaires.

C'est en nous renfermant fidèlement dans les prescriptions du programme officiel, et en nous guidant d'après les meilleurs auteurs adoptés par l'Université, que nous n'avons pas cherché à nous approprier en les dénaturant, que nous sommes parvenu à faire l'Arithmétique dont la publication vient d'être autorisée.

On le voit, en faisant ce livre, que des hommes compétents ont bien voulu juger favorablement, nous n'avons pas eu l'intention d'imposer une doctrine; nous n'avons pas eu non plus la prétention d'enrichir l'arithmétique de démonstrations nouvelles, de théories inconnues; mais on nous accordera la justice, nous osons l'espérer du moins, d'avoir donné quelques aperçus nouveaux, d'avoir beaucoup simplifié les démonstrations les plus généralement adoptées, et surtout de les avoir présentées avec une clarté et une méthode qui sont le fruit de notre longue expérience dans l'enseignement.

Quelques propriétés des proportions non exigées par le programme, et qui, pour ce motif, ont été imprimées en

petits caractères, terminent la partie théorique du cours; elles donneront aux élèves studieux le moyen de compléter leur instruction, sans les obliger à recourir à des ouvrages dispendieux d'abord, et contenant souvent des raisonnements d'un ordre trop élevé.

Jusqu'ici on a appliqué l'arithmétique à l'industrie, au commerce, etc.; pour la première fois, nous avons eu l'idée d'en faire l'application à l'administration de la guerre et au service intérieur des troupes dans une série de questions pratiques, qui sont le complément indispensable de notre traité et en forment la seconde partie.

Si l'on en excepte les quelques modifications introduites dans les tarifs par suite d'organisations récentes, les données de ces questions sont toutes réglementaires; recueillies dans les divers services administratifs, elles auront l'avantage, tout en familiarisant les élèves à la pratique des calculs, de les initier insensiblement, et presque sans efforts, à la connaissance des règlements et des tarifs militaires. Les développements que présentent certaines solutions pourront paraître oiseux aux intelligences exercées; mais ils seront d'un puissant secours aux sous-officiers dont l'instruction première n'est pas suffisamment avancée, et qui se trouveront ainsi en mesure de résoudre les questions analogues qu'ils pourront avoir à traiter, soit dans leur position actuelle, soit dans celle qu'ils sont appelés à occuper plus tard dans l'armée ou dans l'administration militaire.

En résumé, si notre livre n'a point de mérite au point de vue de la science, il en a quelque peu au point de vue de l'utilité et du but que la Commission s'est proposé,

ainsi qu'en témoignent les diverses lettres ministérielles dont nous avons été honoré et dont nous nous bornerons à citer la dernière.

Paris, le 17 avril 1855.

Monsieur, le cours d'Arithmétique, dont vous êtes l'auteur, a été l'objet d'un nouvel examen de la part de la Commission chargée de me proposer un choix de livres pour les écoles régimentaires du 2e degré.

Je vous annonce avec plaisir qu'elle l'a jugé susceptible d'être utilement consulté pour l'enseignement dans lesdites écoles, et j'ai décidé que vous pourriez le faire paraître avec le sous-titre ci-après. *Ouvrage désigné par la Commission d'examen instituée par Son Excellence le Ministre Secrétaire d'État de la guerre, comme pouvant être utilement consulté pour l'enseignement dans les écoles régimentaires du 2e degré.*

Vous fournirez immédiatement deux cents exemplaires cartonnés de ce cours, et vous les déposerez à mon ministère *(Bureau des États-majors et des Écoles militaires).*

Le Ministre Secrétaire d'État de la guerre
Pour le Ministre et par son ordre :
Le Général de division, Directeur,
Signé PEYSSARD.

Digitized by Google

TABLE

DES MATIÈRES CONTENUES DANS L'ARITHMÉTIQUE.

PREMIÈRE PARTIE.

Pages.

Avis extrait du Journal militaire officiel. 1
Définitions générales 2
De la Numération 3
Manière de lire un nombre 5
Manière d'écrire un nombre 6
Chiffres romains. 7
De l'Addition des Nombres entiers 8
De la Soustraction des Nombres entiers. 9
Preuves de l'Addition et de la Soustraction 11
Multiplication des nombres entiers. 12
Usages de la Multiplication. 17
Division des Nombres entiers 19
Usages de la Division 24
Preuves de la Multiplication et de la Division 26
De quelques Signes abréviatifs 26
Définitions du Carré et du Cube d'un nombre 27
Des fractions ordinaires. 29
Des nombres fractionnaires. 31
Réduction d'une fraction à sa plus simple expression. 32
Nombres premiers 33
Réduction des fractions au même dénominateur. 34
Addition des fractions ordinaires. 36
Soustraction des fractions ordinaires 38
Multiplication des fractions ordinaires. 38
Division des fractions ordinaires. 40
Des fractions décimales 42
Addition des Nombres décimaux. 45
Soustraction des Nombres décimaux 46
Multiplication des Nombres décimaux 47
Division des Nombres décimaux 49
Réduction des fractions ordinaires en fractions décimales 52
Des approximations. 54
Du Système métrique. 56
Mesures de longueur 58
Anciennes mesures de longueur. 60
Mesures de Superficie ou de Surface 61
Mesures agraires 63

Digitized by Google

Pages.
Anciennes mesures de Superficie 64
Mesures de Volume ou de Solidité 65
Anciennes mesures de Volume. 67
Mesures de Contenance ou de Capacité. 68
Anciennes mesures de Capacité. 70
Mesures adoptées pour les poids 71
Anciennes mesures de poids. 73
Monnaies 74
Anciennes monnaies 76
Mesures du Temps. 77
Mesures des Circonférences 78
De la Numération et du Calcul des mesures métriques; changement d'unité de ces mesures 79
Notions générales sur les quantités qui varient dans le même rapport et en rapport inverse 83
Applications résolues par la méthode dite de réduction à l'unité . . . 85
Règle de trois simple 86
Règle de trois composée 88
Règle d'intérêt simple 91
Des rentes sur l'État 95
Règle d'Escompte. 97
Règle de Société.. 99
Règle de Mélange. 101
Règle d'Alliage. 102
Proportions et leurs propriétés principales 104
De quelques propriétés des proportions non exigées par le programme. 107
Des notations algébriques. 111

DEUXIÈME PARTIE.

1.re *Série.*

Problèmes pratiques sur l'Addition 116
— la Soustraction. 118
— la Multiplication 119
— la Division 122
Applications diverses sur les quatre-premières opérations (nombres entiers et décimaux) 125
Problèmes pratiques sur les Fractions ordinaires. 132
— le Système métrique. 135
Régles de trois simples. 140
— composées 144
Règles de Société, d'intérêts simples, de rentes sur l'État, etc. . . . 147

2e *Série.*

Problèmes généraux et exercices de calcul 151

COURS D'ARITHMÉTIQUE

EN 14 LEÇONS,

Rédigé d'après le programme établi pour l'enseignement dans les écoles régimentaires du 2e degré, et suivi de questions pratiques appliquées à l'Administration de la guerre et au service militaire.

Dans les 14 leçons de ce cours on ne s'est occupé qu'à donner des notions indispensables, non-seulement à tout militaire, mais à tout individu d'une profession quelconque, ayant un peu d'instruction.

Les directeurs des écoles régimentaires, en faisant ce cours, devront se garder des raisonnements, qui sont exigés pour l'admission aux écoles spéciales, et ne pas perdre de vue que les données pratiques, les problèmes les plus usuels, les exercices de calcul, sont les seules choses à demander à leurs élèves.

(Journal militaire officiel, n° 43, année 1853.)

PREMIÈRE PARTIE.

1re Leçon. Numération.

DÉFINITIONS. QUANTITÉ, NOMBRE, UNITÉ, NOMBRE ENTIER, NOMBRE FRACTIONNAIRE, NOMBRE ABSTRAIT, NOMBRE CONCRET.

EXPLICATION DU SYSTÈME DE NUMÉRATION DÉCIMALE. FORMATION DES NOMBRES. NUMÉRATION PARLÉE. NUMÉRATION ÉCRITE. ÉCRIRE UN NOMBRE AVEC DES CHIFFRES ROMAINS.

Définitions.

1. L'Arithmétique est la partie des Mathématiques qui traite spécialement des nombres.

2. *Nombre.* Un nombre est la collection de plusieurs unités ou de plusieurs parties de l'unité.

Nombre entier. Un nombre est entier quand il est composé d'unités entières, comme *un, deux, trois, quatre*, etc.

Nombre fractionnaire. Un nombre prend le nom de nombre fractionnaire ou de fraction, quand il est composé d'unités entières et de parties de l'unité, ou simplement de parties de l'unité; ainsi, *quatre et demi* forme un nombre fractionnaire, et *trois quart* est une fraction.

3. *Unité.* L'unité est une quantité prise arbitrairement ou dans la nature, pour servir de terme de comparaison entre plusieurs autres quantités de même espèce; ainsi, quand on dit ce corps pèse *cinq* grammes, le gramme est l'unité; c'est la quantité à laquelle on compare le poids du corps proposé.

4. *Quantité.* On entend par grandeur ou quantité tout ce qui est susceptible d'augmentation ou de diminution, tels que le temps, l'espace, les longueurs, les superficies, les volumes, les poids, etc.

5. *Nombre abstrait* et *nombre concret.* Il y a deux espèces de nombres : *le nombre abstrait et le nombre concret.*

Le nombre abstrait est celui dont l'espèce des unités n'est pas désignée, comme *un, deux, trois*, etc.

Le nombre concret est celui dont l'espèce des unités est désignée, comme *vingt soldats, trente chevaux, quarante fusils*, etc.

De la numération.

Explication du système de numération décimale. Formation des nombres.

6. La numération enseigne à former les nombres, à les énoncer et à les écrire, à l'aide d'une quantité limitée de mots, ou de caractères écrits appelés chiffres. Il y a donc deux espèces de numérations : *la numération parlée et la numération écrite.*

7. Pour former les nombres, on part de *l'unité* ou de *un* qu'on considère comme le premier nombre.

L'unité ajoutée à elle-même donne le nombre *deux.*

L'unité ajoutée au nombre deux donne le nombre *trois.*

L'unité ajoutée au nombre trois donne le nombre *quatre.*

En continuant ainsi d'ajouter l'unité aux nombres *cinq, six*, etc., on arrive jusqu'au nombre *dix,* qui, augmenté d'une unité, forme un nouveau nombre auquel on aurait pu donner un nom particulier; mais, comme il importait de ne pas surcharger la mémoire d'une trop grande quantité de noms, on a imaginé un procédé particulier qui permet, à l'aide d'un nombre de mots très-restreint, d'exprimer tous les nombres possibles.

8. *Numération parlée.* Les noms des dix premiers nombres étant un, deux, trois. quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, dix, on considère la réunion de dix unités comme une nouvelle espèce d'unités qu'on est convenu d'appeler *dizaine,* et l'on

compte par dizaines comme par unités, c'est-à-dire depuis une dizaine jusqu'à dix dizaines. Les noms des dix premières dizaines sont *dix, vingt, trente, quarante, cinquante, soixante, soixante-dix, quatre-vingts, quatre-vingt-dix* et *cent*. Pour désigner les nombres compris entre dix et vingt, entre vingt et trente, entre trente et quarante, entre quarante et cinquante, entre cinquante et soixante, on ajoute aux mots dix, vingt, trente, quarante et cinquante, les noms des neuf premiers nombres; seulement, au lieu de dire dix-un, dix-deux, dix-trois, dix-quatre, dix-cinq, dix-six, on dit *onze, douze, treize, quatorze, quinze, seize*. Pour désigner les nombres compris entre soixante et quatre-vingts, entre quatre-vingts et cent, on ajoute aux mots soixante et quatre-vingts les noms des dix-neuf premiers nombres.

On considère la réunion de dix dizaines ou cent comme une nouvelle espèce d'unités qu'on appelle *centaine*, et l'on compte par centaines comme par unités, c'est-à-dire depuis une centaine jusqu'à dix centaines en disant : *Cent, deux cents, trois cents, quatre cents*, etc. Pour désigner les nombres compris entre cent et deux cents, entre deux cents et trois cents, entre trois cents et quatre cents, etc., on ajoute aux mots cent, deux cents et trois cents les noms des quatre-vingt-dix-neuf premiers nombres.

On considère la réunion de dix centaines comme une nouvelle espèce d'unités principales, qu'on est convenu d'appeler *mille*, et l'on compte par mille comme par unités, depuis un mille jusqu'à neuf cent quatre-vingt-dix-neuf mille. Pour désigner les nombres compris entre mille et deux mille, entre deux mille et trois mille, entre trois mille et quatre mille, etc., on ajoute aux mots mille, deux mille, trois mille, etc., les noms des neuf cent quatre-vingt-dix-neuf premiers nombres.

On considère la réunion de mille mille comme une nouvelle espèce d'unités principales, qu'on nomme *million*, et l'on compte par millions comme on a compté par unités, depuis un million jusqu'à neuf cent quatre-vingt-dix-neuf millions.

On considère la réunion de mille millions comme une nouvelle espèce d'unités principales, qu'on appelle *billion* ou *milliard*. La réunion de mille billions ou milliards forme une nouvelle espèce d'unités principales, qu'on appelle *trillion* et ainsi de suite.

9. Les unités, dizaines d'unités, centaines d'unités, mille, dizaines de mille, millions, etc., contenus dans un nombre, forment les différents ordres d'unités de ce nombre; tandis que les unités, dizaines d'unités et centaines d'unités, prises ensemble, forment *la première classe ou la classe des unités simples;* les mille, dizaines de mille, centaines de mille forment *la deuxième classe ou la classe des mille;* les millions, dizaines de millions et centaines de millions forment la *troisième classe ou la classe des millions* et ainsi de suite.

10. *Numération écrite.* On représente les neuf premiers nombres par les caractères suivants: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9, appelés *chiffres.* On aurait pu représenter les nombres dix, onze, douze, treize, etc., par autant de caractères particuliers; mais, pour simplifier, on a imaginé un procédé qui permet de représenter, à l'aide des neuf premiers chiffres, les dizaines, les centaines, les mille, les dizaines de mille et enfin tous les nombres possibles.

Pour cela, on est convenu que la première place à droite serait occupée par le chiffre des unités; la seconde par celui des dizaines, qui, par conséquent, vaut dix fois plus que s'il était seul; la troisième par le chiffre des centaines, qui vaut cent fois plus que s'il était seul; et que, pour conserver à chaque chiffre le rang qui lui convient, on remplacerait par le caractère 0, appelé *zéro*, chacun des ordres d'unités qui pourrait manquer.

11. Il résulte de ce qui précède que les chiffres ont deux valeurs : *la valeur absolue et la valeur relative.*

La valeur absolue est celle qu'a un chiffre considéré par lui-même ou isolément; la valeur relative est celle que lui donne le rang qu'il occupe dans un nombre. Ainsi, dans 436, la valeur relative du chiffre 3 est 30 ou 3 dizaines, tandis que sa valeur absolue est 3 unités; la valeur relative du chiffre 4 est 400 ou 4 centaines, tandis que sa valeur absolue est 4 unités.

Manière de lire un nombre.

12. Pour énoncer en langage ordinaire un nombre écrit en chiffres, on le sépare en tranches de trois chiffres, en allant de droite à gauche, la dernière tranche à gauche pouvant toutefois

avoir moins de trois chiffres. On énonce ensuite chaque tranche séparément en commençant par la gauche, et l'on donne à chacune d'elles le nom de l'unité principale qu'elle représente, en ne perdant pas de vue que la première tranche à droite, se composant d'unités, de dizaines d'unités et de centaines d'unités, doit s'énoncer *unité*; que la deuxième, se composant de mille, de dizaines de mille et de centaines de mille, doit s'énoncer *mille*; la troisième, *million* et ainsi de suite.

Soit le nombre 49752834: séparé en tranches de trois chiffres, il deviendra 49,752,834, et s'énoncera *quarante-neuf millions, sept cent cinquante-deux mille, huit cent trente-quatre unités.*

De même, le nombre 8000045000, séparé en tranches de trois chiffres, deviendra 8,000,045,000, et s'énoncera *huit billions* ou *huit milliards, quarante-cinq mille unités.*

Manière d'écrire un nombre.

13. Pour écrire en chiffres un nombre énoncé en langage ordinaire, on écrit d'abord les unités de la classe la plus élevée et l'on place une virgule; on écrit ensuite de la même manière les unités des classes suivantes, en ayant soin de remplacer par un zéro chaque ordre d'unités qui manque.

Ainsi, le nombre quatre millions, soixante-deux mille, quatre unités, s'écrira *4,062,004.*

De même, le nombre trente deux billions ou milliards, quatre cent mille, neuf unités, s'écrira *32,000,400,009.*

14. La valeur d'un même chiffre étant de dix en dix fois plus grande, à mesure qu'il avance d'un rang vers la gauche, il en résulte nécessairement qu'en ajoutant un, deux, trois zéros à la droite d'un nombre, on rend ce nombre dix, cent, mille fois plus fort; et que, réciproquement, en retranchant de la droite d'un nombre un, deux, trois zéros, on rend ce nombre dix, cent, mille fois plus petit.

15. Il résulte encore de ce qui précède que, le rang de chaque chiffre se comptant à partir de la droite, les zéros placés à la gauche d'un nombre n'en changent pas la valeur.

Chiffres romains.

16. *Ecrire un nombre avec des chiffres romains.* Il y a 7 chiffres romains, savoir :

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Le tableau ci-après suffira pour apprendre à énoncer et à écrire en chiffres romains un nombre quelconque :

1 — I	11 — XI	30 — XXX
2 — II	12 — XII	40 — XL
3 — III	13 — XIII	50 — L
4 — IV	14 — XIV	60 — LX
5 — V	15 — XV	90 — XC
6 — VI	16 — XVI	100 — C
7 — VII	17 — XVII	400 — CD
8 — VIII	18 — XVIII	500 — D
9 — IX	19 — XIX	900 — CM
10 — X	20 — XX	1000 — M

On voit par ce tableau :

que le nombre quatre s'écrit IV, ce qui signifie cinq moins un ;

que le nombre neuf s'écrit IX, ce qui signifie dix moins un ;

que le nombre quarante s'écrit XL, ce qui signifie cinquante moins dix ;

que le nombre quatre-vingt-dix s'écrit XC, ce qui signifie cent moins dix ;

que le nombre neuf cents s'écrit CM, ce qui signifie mille moins cent.

D'après ce qui précède, le nombre mil huit cent quatre-vingt-dix s'écrira MDCCCXC.

Le nombre mille six cent soixante dix-neuf s'écrira MDCLXXIX.

Réciproquement, le nombre MDCCCXLIX s'énoncera *mil huit cent quarante neuf.*

Et le nombre MDCCCLIII s'énoncera *mil huit cent cinquante-trois.*

On se sert des mêmes caractères pour la pagination des préfaces, des avant-propos, etc.; mais alors on les représente par les lettres ordinaires i, ij, iij, iv, v, vj, vij, etc., en remplaçant par un j l'i, lorsqu'il se trouve le dernier caractère du nombre.

2e et 3e Leçons. Opérations sur les nombres entiers.

ADDITION, SOUSTRACTION, MULTIPLICATION ET DIVISION DES NOMBRES ENTIERS. PREUVES DE CES OPÉRATIONS. DÉFINITION DU CARRÉ ET DU CUBE D'UN NOMBRE.

De l'addition des nombres entiers.

17. *L'addition* est une opération qui a pour but de réunir plusieurs nombres de même espèce en un seul équivalent. Le résultat de cette opération se nomme *somme* ou *total.*

18. La numération suffirait pour faire la somme de deux nombres, car on n'aurait qu'à ajouter successivement au premier toutes les unités du second : c'est ainsi que les enfants comptent sur leurs doigts. On pourrait de la même manière ajouter la somme de ces deux nombres à un troisième, et ainsi de suite, pour un quatrième, un cinquième nombre. Mais, quand on sait additionner de mémoire les nombres d'un seul chiffre, on emploie pour abréger, à l'égard des nombres plus grands, un autre procédé, et c'est en cela que consiste l'addition.

Pour additionner plusieurs nombres quelconques, on les écrit les uns sous les autres, de manière que les unités de même ordre

soient sous une même colonne verticale, et l'on tire un trait horizontal sous le dernier nombre, pour le séparer du résultat qu'on se propose d'obtenir. On fait la somme de la colonne des unités; si cette somme ne dépasse pas 9, on l'écrit telle qu'on l'a trouvée; si cette somme contient des dizaines et des unités, on n'écrit que les unités sous la colonne des unités, et l'on retient les dizaines pour les joindre à la colonne des dizaines. On opère sur la colonne des dizaines, et sur les suivantes, comme on a opéré sur la colonne des unités; seulement, on écrit la somme fournie par la dernière colonne à gauche, au-dessous de cette colonne, telle qu'on l'a trouvée.

D'après cette règle générale, l'addition des quatre nombres suivants :

	4,560
	78,456
	935
	4,321
donnera pour somme . . .	88,272.

Pour faire cette opération, on raisonnera ainsi qu'il suit :

6 unités et 5, 11, et 1, 12 unités, ou 1 dizaine et 2 unités; j'écris les 2 unités sous la colonne des unités et je retiens la dizaine pour l'ajouter à la colonne des dizaines.

1 dizaine de retenue et 6, 7 et 5, 12 et 3, 15 et 2, 17 dizaines, ou 1 centaine et 7 dizaines; j'écris les 7 dizaines et je retiens la centaine pour l'ajouter à la colonne des centaines, et ainsi de suite, jusques et y compris la colonne des dizaines de mille, dont on écrit la somme en entier.

Dans la pratique, on se bornera à dire :

6 et 5, 11 et 1, 12; je pose 2 et retiens 1.

1 et 6, 7 et 5, 12 et 3, 15 et 2, 17; je pose 7 et retiens 1, etc.

De la soustraction des nombres entiers.

19. *La soustraction* est une opération qui a pour but de trouver la différence qui existe entre deux nombres.

On peut encore dire que la soustraction a pour but, étant

donnés la somme de deux nombres et l'un de ces deux nombres, de déterminer quel est l'autre.

Le résultat de cette opération se nomme *reste*, *excès* ou *différence*.

20. L'addition suffirait à la rigueur pour obtenir la différence de deux nombres; ainsi, pour trouver la différence qui existe entre 15 et 7, on n'aurait qu'à ajouter à 7 autant d'unités qu'il en faut pour obtenir 15; on trouve 8, donc 8 est la différence cherchée. On conçoit que cette manière d'opérer serait trop longue, surtout si l'on avait à soustraire deux nombres dont l'un serait beaucoup plus grand que l'autre; on a donc recours, pour abréger, à un autre procédé, qui constitue la soustraction.

Pour soustraire l'un de l'autre deux nombres quelconques, on écrit le plus petit nombre sous le plus grand, de manière que les unités de même ordre se correspondent, et l'on tire un trait horizontal sous le plus petit nombre, pour le séparer de la différence. On opère d'abord sur les unités : si le chiffre inférieur est plus petit que le chiffre supérieur correspondant, la soustraction n'offre aucune difficulté; on retranche le plus petit nombre du plus grand, et l'on écrit le reste au-dessous du trait dans la même colonne; si, au contraire, le chiffre inférieur est plus grand que le chiffre supérieur correspondant, pour rendre la soustraction possible, on augmente de dix unités le chiffre supérieur; seulement, pour ne pas altérer la différence, on a soin, en passant à la colonne suivante, d'augmenter d'une unité le chiffre inférieur qui se trouve à gauche de celui qu'on vient de soustraire. On opère successivement sur la colonne des dizaines, des centaines, etc., comme on a opéré sur la colonne des unités.

On trouvera, d'après cela, que la différence des nombres

$$\begin{array}{r} 45{,}807 \\ 6{,}628 \\ \hline \end{array}$$

est 39,179

En opérant, on raisonnera de la manière suivante :

8 unités de 17 unités (*en augmentant de 10 le chiffre 7, qui est plus faible que 8*), reste 9 unités, que j'écris sous les unités.

3 dizaines (*en augmentant d'une unité, ainsi qu'on l'a dit, le chiffre 2 des dizaines* de 10 dizaines, il reste 7 dizaines, que j'écris sous les dizaines.

7 centaines de 8 centaines reste 1 centaine, et ainsi de suite pour les mille et les dizaines de mille.

Dans la pratique, on dira simplement :

8 de 17, reste 9; je pose 9.
3 de 10, reste 7; je pose 7.
7 de 8, reste 1; je pose 1, etc.

L'opération précédente est fondée sur ce principe évident, que la différence de deux nombres ne change pas, quand ils augmentent tous deux d'une même quantité.

Preuves de l'addition et de la soustraction.

21. On appelle *preuve* d'une opération, une seconde opération que l'on fait dans le but de reconnaître l'exactitude de la première.

Preuve de l'addition. La preuve de l'addition se fait de deux manières :

1.° Comme on a l'habitude d'additionner les nombres de haut en bas, si l'on recommence l'opération en les additionnant en sens contraire, c'est-à-dire de bas en haut, et qu'on trouve le même résultat, il y a lieu de croire qu'il est exact.

2.° On peut encore séparer le premier des nombres qu'on a ajoutés, faire la somme des nombres restants, retrancher cette somme de la première qu'on a obtenue, et l'on trouvera pour reste, si l'opération est bien faite, le nombre qu'on a éliminé.

Exemple. *Un sergent-major a acheté pour une compagnie détachée 4 parties de marchandises; la première partie lui a coûté 927 fr., la deuxième, 649 fr., la troisième, 708 fr., et la dernière, 1045 fr.; on demande quelle somme il a déboursée en tout?*

Solution : Premier déboursé. .	927
Deuxième déboursé.	649
Troisième déboursé.	708
Quatrième déboursé.	1045
Total des 4 nombres	3329f
Total des 3 derniers nombres.	2402
Reste et preuve.	927

22. *Preuve de la soustraction.* Pour vérifier une soustraction, il suffit d'ajouter le plus petit nombre au reste; puisque le reste est ce qui manque au plus petit nombre pour égaler le plus grand, il est évident qu'en ajoutant le plus petit nombre au reste, on trouvera nécessairement le plus grand nombre, si la soustraction a été bien faite.

Exemple. *Un soldat a remis à son capitaine une somme de 1768 fr.; sur cette somme le soldat a reçu, une première fois, 100 fr., une deuxième fois, 739 fr., ou 839 fr. en tout; quelle somme reste-t-il en dépôt chez le capitaine?*

Solution :	1768	Somme déposée.
	839	Somme reçue.
Il reste en dépôt. . . .	929f	
Total du plus petit nombre et du reste.	1768	

Ce qui prouve l'exactitude de l'opération.

Multiplication des nombres entiers.

23. *La multiplication* est une opération qui a pour but de répéter un nombre nommé *multiplicande,* autant de fois qu'il y a d'unités dans un autre nombre nommé *multiplicateur;* le résultat de l'opération se nomme *produit.*

Le multiplicande et le multiplicateur qui concourent à former le produit sont *les facteurs du produit.*

24. La multiplication n'est autre chose qu'une addition abrégée; car si l'on a 6 à multiplier par 4, on pourra obtenir le produit 24

en ajoutant 6, 4 fois; ce qui revient à écrire le multiplicande autant de fois qu'il y a d'unités dans le multiplicateur, et à faire la somme ainsi qu'il suit :

$$\begin{array}{r} 6 \\ 6 \\ 6 \\ 6 \\ \hline 24 \end{array}$$

C'est parce que cette manière de procéder serait trop longue, surtout quand les deux facteurs sont des nombres d'une certaine importance, que, pour abréger, on a imaginé l'opération appelée multiplication.

Pour faire une multiplication, il faut, au préalable, connaître de mémoire les produits de deux nombres d'un seul chiffre. Ces produits se trouvent réunis dans la table de multiplication ou table de Pythagore, qu'on établit à l'aide d'additions successives, comme on va l'indiquer tout à l'heure.

Table de multiplication.

1	2	3	4	5	6	*7	8	*9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
*6	12	18*	24	30	36	*42	48	54
*7	14	21	28	35	42	49	56	63
*8	16	24	32	40	48	56	64	*72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Pour former la première colonne de cette table, on place sur une même ligne verticale les 9 premiers nombres ; on forme la seconde colonne en ajoutant à lui-même chaque nombre de la première ; on forme la troisième en ajoutant chaque nombre de la première à chacun des nombres correspondants de la deuxième, et ainsi de suite, jusqu'à la neuvième qui s'obtient en ajoutant chaque nombre de la première colonne à chacun des nombres correspondants de la huitième colonne, et le produit de deux nombres d'un seul chiffre se trouvera à la rencontre des deux lignes verticales et horizontales qui commencent par chacun des deux facteurs proposés.

Il est facile de voir, d'après cela :

Que le produit du facteur 6 par le facteur 7 est 42 ;

Que le produit du facteur 8 par le facteur 9 est 72, etc. *(Ces facteurs et les produits qui leur correspondent sont marqués par un astérisque dans la table qui précède.)*

25. Quand on sait trouver le produit de deux nombres d'un seul chiffre, il est facile d'obtenir celui d'un nombre quelconque par un nombre d'un seul chiffre.

Pour multiplier, par exemple, 985 par 7, on observe que cela revient à répéter 7 fois les 5 unités, 7 fois les 8 dizaines, et 7 fois les 9 centaines du multiplicande 985. On place donc le multiplicateur 7 sous le multiplicande 985 ; on tire un trait horizontal sous le multiplicateur pour marquer la place du produit ; on multiplie successivement, par le multiplicateur, les unités, les dizaines et les centaines du multiplicande, en ne posant sous le trait horizontal que les unités de chaque produit, et retenant les dizaines pour les ajouter au produit suivant, excepté pour le produit du dernier chiffre du multiplicande par le multiplicateur, qu'on écrit tel qu'on l'a trouvé.

D'après cela, le produit du nombre 985
Multiplié par 7

Sera 6895

Pour faire cette opération, on raisonnera de la manière suivante :

7 fois les 5 unités du multiplicande donnent 35 unités, ou 3 dizaines et 5 unités; j'écris les 5 unités et retiens les 3 dizaines que j'ajouterai avec les dizaines.

7 fois les 8 dizaines du multiplicande donnent 56 dizaines et 3 dizaines de retenue, 59 dizaines, ou 9 dizaines que j'écris, et 5 centaines, que j'ajouterai avec les centaines du produit.

7 fois les 9 centaines du multiplicande donnent 63 centaines et 5 centaines de retenue, 68 centaines, que j'écris en entier.

Dans la pratique simple, on supprimera encore quelques détails, et l'on dira :

7 fois 5 font 35; je pose 5 et retiens 3.

7 fois 8 font 56, et 3 de retenue, 59; je pose 9 et retiens 5.

7 fois 9 font 63, et 5 de retenue, 68; je pose 8 et avance 6.

26. Nous avons vu dans la numération (14), que pour rendre un nombre 10... 100... 1000 fois plus fort, ou que pour multiplier un nombre par 10... 100... 1000.., etc., il suffit d'ajouter à la droite de ce nombre un, deux, trois zéros, etc.

Ainsi 7 multiplié par 10 donne 70.
7 multiplié par 100 donne 700.
7 multiplié par 1000 donne 7000.

Il résulte, de ce qui précède, que multiplier 985 par 70, qui est le produit de 7 par 10, revient à multiplier 985 par 7 et à ajouter à la droite un zéro;

Que multiplier le nombre 985 par 700, qui est le produit de 7 par 100, revient à multiplier 985 par 7 et à ajouter deux zéros à la droite;

Et, en général, que multiplier un nombre quelconque par un multiplicateur n'ayant qu'un chiffre significatif, suivi de plusieurs zéros, cela revient à multiplier ce nombre par le chiffre significatif du multiplicateur, et à mettre à la droite du produit autant de zéros qu'il y en a à la suite du chiffre significatif par lequel on multiplie.

27. On tire de là le moyen d'obtenir le produit de deux nombres quelconques. Ainsi, pour multiplier 428 par 257, on observera que cela revient à répéter tout le multiplicande 7 fois, puis 50 fois, puis 200 fois, c'est-à-dire à multiplier le multiplicande par 7, puis par 5, en mettant un zéro à la droite du produit, et enfin par 2 en mettant deux zéros à la droite du produit. Mais comme les zéros mis à la droite des produits partiels n'influent pas sur la somme de ces produits, on peut les supprimer, pourvu qu'on conserve à chaque chiffre le rang qu'il doit occuper. On est conduit alors à la règle générale suivante:

Pour multiplier deux nombres quelconques l'un par l'autre, on écrit le multiplicateur sous le multiplicande, et l'on tire un trait horizontal sous le multiplicateur pour le séparer des produits partiels. On multiplie successivement tout le multiplicande par les unités, les dizaines et les centaines, etc., du multiplicateur, en ayant soin de placer le premier chiffre à droite de chaque produit partiel sous le chiffre du multiplicateur par lequel on multiplie. On tire un trait horizontal sous le dernier produit partiel pour le séparer du produit total, que l'on obtient en faisant la somme des produits partiels.

On trouvera ainsi que le produit de	428
par	257
	2996
	2140
	856
est	109996

28. Quand il y a des zéros au milieu des chiffres significatifs du multiplicateur, on peut ne pas en tenir compte dans le cours de la multiplication, pourvu qu'on ait soin de placer le premier chiffre à droite de chaque produit partiel sous le chiffre du multiplicateur par lequel on multiplie.

Quand le multiplicande et le multiplicateur sont terminés par des zéros, on multiplie, pour abréger l'opération, sans avoir égard à ces zéros, et l'on ajoute à la droite du produit total autant de zéros qu'il y en a dans les deux facteurs.

Ainsi, pour multiplier 56400 par 700, on multiplie 564 par 7, on a 3948; on ajoute à la droite quatre zéros, et l'on a pour produit 39480000.

29. *Remarques. Le produit de deux facteurs ne change pas dans quelque ordre qu'on les multiplie.* En effet, pour obtenir, par exemple, le produit des deux facteurs 3 et 5, on peut écrire trois rangées de cinq unités chacune:

1, 1, 1, 1, 1
1, 1, 1, 1, 1
1, 1, 1, 1, 1

Mais ce tableau forme aussi cinq colonnes de trois unités chacune, la somme totale de ces unités est donc indifféremment le produit de 5 par 3, ou le produit de 3 par 5. On raisonnerait de même pour tout autre facteur.

Dans la pratique, on se servira de cette observation pour prendre comme multiplicande le plus grand des deux facteurs.

Il est facile de voir aussi que 2 multiplié par 3 multiplié par 4, donne le même produit que 4 multiplié par 2, multiplié par 3; c'est-à-dire que *le produit de trois, quatre facteurs, ne change pas dans quelque ordre qu'on les multiplie.*

30. On appelle *multiple* d'un nombre les divers produits qu'on obtient en multipliant ce nombre par 2, par 3, par 4, etc.

Si l'on multiplie 7 par 3, le produit 21 sera un multiple de 7.

Si l'on multiplie 7 par 4, le produit 28 sera un multiple de 7.

Usages de la multiplication.

31. La multiplication sert particulièrement :

1.° À trouver la valeur de plusieurs unités de même espèce quand on connaît la valeur de l'une d'elles.

Ainsi, *un habit de grande tenue coûtant 20 francs, on demande combien coûteront 35 habits?* On multiplie 35 par 20, et l'on trouve que le prix de 35 habits est 700 francs.

2.° A convertir des unités d'une certaine espèce en unités d'une espèce plus petite; par exemple, *47 jours, 19 heures, 7 minutes, 12 secondes en secondes*

47	Jours, 19 h., 7′, 12″.
24	Nombre d'heures contenues dans un jour.
188	
94	
1128	
19	Nombre d'heures données.
1147	
60	Nombre de minutes contenues dans une heure.
68820	
7	Nombre de minutes données.
68827	
60	Nombre de secondes contenues dans une minute.
4129620	
12	Nombre de secondes données.
4129632	

On voit que pour faire cette conversion, on a d'abord multiplié 47 par 24, nombre d'heures contenues dans un jour, et ajouté au produit les 19 heures du nombre proposé, ce qui a fait un total de 1147 heures.

On a multiplié ensuite 1147 par 60, nombre de minutes contenues dans une heure, et ajouté au produit les 7 minutes de nombre proposé, ce qui a fait 68827 minutes.

On a enfin multiplié 68827 par 60, nombre de secondes contenues dans une minute, et ajouté les 12 secondes du nombre proposé, ce qui a fait 4129632 pour la valeur en secondes de 47 j. 19 h. 7′ et 12″.

Division des nombres entiers.

32. *La division* est une opération par laquelle, étant donnés le produit de deux facteurs et l'un de ces facteurs, on se propose de trouver l'autre.

Ainsi, diviser 24 par 6, c'est chercher un nombre qui, multiplié par 6, reproduise le nombre 24. Dans cet exemple, 4 est le facteur cherché, parce que 6 multiplié par 4 égale 24.

On donne le nom de *dividende* au produit connu, celui de *diviseur* au facteur donné, et celui de *quotient* au facteur cherché. Le dividende et le diviseur s'appellent encore d'un nom commun *termes de la division.*

Le dividende étant le produit du diviseur par le quotient, on peut dire aussi que la division est une opération qui a pour but de chercher combien de fois le dividende contient le diviseur, ou encore de partager le dividende en autant de parties égales qu'il y a d'unités dans le diviseur.

33. Cette opération pourrait se faire en retranchant le diviseur du dividende autant de fois que cela serait possible. Ainsi, on pourrait, à l'aide de soustractions successives, savoir combien 20 contient de fois 4.

	20
	4
1.re soustraction	16
	4
2.e soustraction	12
	4
3.e soustraction	8
	4
4.e soustraction	4
	4
5.e soustraction	0

Le nombre de soustractions indiquerait le résultat cherché, mais on n'emploie pas ce procédé, parce qu'il serait trop long, surtout quand le dividende est très-grand relativement au diviseur.

Lorsque le diviseur est un nombre exprimé par un seul chiffre, et que le dividende est moindre que 10 fois le diviseur, on peut trouver immédiatement le quotient au moyen de la table de multiplication.

Il suffit pour cela de descendre dans la colonne verticale qui porte en tête le diviseur jusqu'à ce qu'on arrive au dividende, le nombre par lequel commencera la ligne horizontale renfermant le dividende, sera le quotient cherché.

On trouvera, de cette manière, que le quotient de 36 divisé par 9 est 4; que le quotient de 56 divisé par 8 est 7.

34. Lorsque le quotient doit se composer de plusieurs chiffres, la table de multiplication ne suffit plus pour l'obtenir; il faut le chercher par la division, opération dont le raisonnement est très-complexe. Nous allons donc, pour nous conformer au programme, nous borner à donner la règle générale de cette opération qui est d'une application usuelle, et à en expliquer le mécanisme le plus simplement qu'il nous sera possible.

Pour faire une division, on écrit le diviseur à la droite du dividende; on les sépare par un trait vertical; on tire sous le diviseur un trait horizontal, sous lequel on écrit les chiffres du quotient. On prend sur la gauche du dividende autant de chiffres qu'il en faut pour contenir au moins une fois le diviseur, ce qui constitue le premier dividende partiel; on cherche combien de fois le nombre formé par le premier chiffre ou les deux premiers chiffres de ce dividende contient le premier chiffre du diviseur, ce qui donne le premier chiffre du quotient. On multiplie tout le diviseur par le premier chiffre du quotient qu'on a obtenu, on a un produit que l'on retranche du dividende partiel proposé, et l'on écrit le reste au-dessous; à côté de ce reste, on abaisse le chiffre suivant du dividende total, ce qui forme le second dividende partiel, sur lequel on opère comme sur le précédent; on continue ainsi jusqu'à ce qu'on ait abaissé tous les chiffres du dividende total.

Si l'un des dividendes partiels ne contient pas le diviseur, on écrit un zéro au quotient, pour conserver aux chiffres qui le précèdent leur valeur relative; à côté de ce dividende partiel considéré comme un nouveau reste, on abaisse le chiffre suivant du dividende total, et l'on continue l'opération.

35. Supposons d'abord qu'il s'agisse de trouver le quotient d'un nombre de plusieurs chiffres, divisé par un nombre d'un seul chiffre, et soit proposé de diviser 1976 par 8.

On dispose ainsi l'opération :

Divid. ou prod. donné.	19.7.6	8	Diviseur ou facteur donné.
	16	247	Quotient ou fact. cherché.
2.e dividende partiel.	37		
	32		
3.e dividende partiel.	56		
	56		
Reste de la division.	0		

Dans le principe, on raisonnera ainsi qu'il suit :

Je prends sur la gauche du dividende autant de chiffres qu'il en faut pour contenir le diviseur; il en faut deux; je les sépare par un point, et j'ai 19 pour premier dividende partiel.

Je cherche combien de fois ce premier dividende partiel contient le diviseur; il le contient 2 fois; 2 est le premier chiffre du quotient; je multiplie le diviseur 8 par ce chiffre; j'obtiens pour produit 16, qui, retranché de 19, donne 3 pour reste.

A côté de ce reste, j'abaisse le chiffre suivant 7 du dividende, et j'ai 37 pour second dividende partiel, sur lequel j'opère comme sur le premier, et ainsi de suite.

Dans la pratique, il suffira de dire :

Je prends deux chiffres; en 19, combien de fois 8? 2 fois; 2 fois 8, 16; je pose 6 et j'avance 1; 6 de 9, reste 3; j'abaisse le chiffre suivant, qui est 7;

En 37, combien de fois 8? 4 fois; etc., etc.

Quand on est un peu exercé, on ne pose pas les produits du

diviseur par le quotient au-dessous des dividendes partiels, et l'on se borne à dire : 2 fois 8, 16, qu'on n'écrit pas; 16 de 19, reste 3.

Enfin, quand on a acquis une très-grande habitude de la division par un nombre d'un seul chiffre, on se dispense d'écrire les dividendes partiels et les restes. Par exemple, pour trouver le quotient de 2748 par 4, on exécute le calcul de la manière suivante, et l'on dit :

Le quart de 27 est 6 pour 24, et je retiens 3, qui valent 30 ; 30 et 4, 34; le quart de 34 est 8 pour 32, et je retiens 2, qui valent 20 ; 20 et 8, 28 ; le quart de 28 est 7 ; et comme cette dernière division se fait sans reste, le quotient exact est 687.

36. Supposons maintenant qu'on ait à diviser un nombre de plusieurs chiffres par un nombre de plusieurs chiffres, et essayons d'expliquer toutes les difficultés qui peuvent se présenter dans le cours de l'opération.

Soit à diviser 1293072 par 496:

1.er dividende partiel. . .	1293.0.7.2.	496
	1488	32607
	992	
2.e dividende partiel . . .	3010	
	2976	
3.e et 4.e dividendes part.	3472	
	3472	
	0	

Je prends sur la gauche du dividende autant de chiffres qu'il en faut pour contenir le diviseur : il en faut quatre.

Pour comparer le premier dividende partiel 1293 au diviseur 496, je pourrais dire : en 1293, combien de fois 496? Mais il est plus simple de dire : en 12, combien de fois 4? Il y va trois fois, en apparence du moins. (*En général, quand le dividende partiel contient autant de chiffres que le diviseur, on compare le premier chiffre à gauche du dividende avec le premier chiffre à gauche du diviseur ; mais, quand le dividende partiel contient un chiffre de plus que le diviseur, on compare les deux premiers*

chiffres à gauche de ce dividende avec le premier chiffre à gauche du diviseur).

Je multiplie le diviseur 496 par le chiffre du quotient obtenu 3, que je suppose être exact, et j'ai pour produit 1488, nombre plus fort que le dividende partiel 1293; j'en conclus que le chiffre 3 du quotient est trop fort au moins d'une unité, et j'essaie le chiffre 2, qui, multiplié par le diviseur 496, donne pour produit 992; ce produit, retranché du dividende partiel 1293, donne pour reste 301, nombre plus faible que le diviseur 496; le dividende partiel contient donc le diviseur 2 fois, plus le reste 301. (*Si j'avais obtenu un reste plus fort que le diviseur ou seulement égal au diviseur, j'en aurais conclu que le dividende contenait le diviseur au moins une fois de plus, et j'aurais augmenté le chiffre du quotient d'une unité*).

Pour continuer l'opération, j'abaisse le chiffre suivant, qui est 0, et je dis : en 30, combien de fois 4? 6 fois, et non 7 fois, à cause de la retenue; le produit de 496 par 6 est 2976, qui, retranché du deuxième dividende partiel 3010, donne pour reste 34.

A côté du reste 34, j'abaisse le chiffre suivant 7; j'ai pour troisième dividende partiel 347, nombre plus faible que le diviseur 496; j'en conclus que le quotient n'a pas d'unités de l'ordre que je cherche; je mets un zéro au quotient pour en tenir lieu, et je continue l'opération en abaissant le dernier chiffre du dividende total, ce qui donne 3472, que je considère comme un quatrième dividende partiel; j'opère sur ce dividende comme on vient de l'indiquer, et j'ai pour reste 0.

Le dividende contient donc le diviseur 2607 fois juste.

37. *Remarques.* Si le dividende devient 2... 3... 4... 10... 100... fois plus grand ou plus petit, le diviseur restant le même, le quotient deviendra 2... 3... 4... 10... 100... fois plus grand ou plus petit.

Si le diviseur devient 2... 3... 4... 10... 100... fois plus grand ou plus petit, le dividende restant le même, le quotient deviendra 2... 3... 4... 10... 100... fois plus petit ou plus grand.

D'où il suit, *que le quotient ne change pas, lorsqu'on rend simul-*

tanément le dividende et le diviseur le même nombre de fois plus grand ou plus petit.

D'où il suit encore, *que si le dividende et le diviseur sont terminés par des zéros, on pourra supprimer le même nombre de zéros à la droite des deux nombres donnés sans altérer le résultat de l'opération.*

38. On appelle *sous-multiple* d'un nombre, un nombre qui divise exactement ce nombre. Ainsi, 3 divisant le nombre 6 exactement est un sous-multiple de 6; on dit encore que 3 est un *facteur* ou un *diviseur* de 6.

39. On dit qu'un nombre est *divisible* par un autre nombre, quand le premier contient exactement le second. Ainsi, 12 est divisible par 2, par 3 et par 4.

Usages de la division.

40. Les applications de la division sont très-nombreuses; elle sert principalement :

1° A trouver le prix d'une chose, quand on connaît le prix de plusieurs choses de même nature.

Ainsi, *si 150 mètres d'une étoffe ont coûté 3450 francs, pour savoir combien coûte 1 mètre de la même étoffe*, il faut diviser le prix total, 3450 francs, par le nombre de choses, ou 150 mètres, et le quotient obtenu sera le prix d'une chose ou d'un mètre.

2° À trouver le nombre d'objets de même valeur, quand on connaît leur prix et celui d'un seul.

Ainsi, *si le mètre d'une étoffe a coûté 23 francs, pour savoir combien on a acheté de mètres de la même étoffe avec 3450 francs,* il suffit de diviser le prix total, ou 3450 francs, par le prix d'un objet, ou 23 francs, et le quotient exprimera le nombre d'objets ou de mètres qui ont été achetés.

3° A partager un nombre donné en parties égales, le nombre des parties étant connu.

Ainsi, *pour partager 3450 francs entre 150 personnes*, il suffira de diviser le nombre à partager, ou 3450 francs, par le nombre des parties, ou 150, et le quotient sera l'une des parties.

4° Et enfin à convertir des unités d'une certaine espèce en d'autres unités de même nature, mais d'une espèce supérieure, comme des secondes en minutes, des minutes en heures, des heures en jours, des jours en années.

Si l'on désire savoir combien 345407 secondes font de jours, d'heures, de minutes, de secondes, il faut d'abord diviser le nombre de secondes données par le nombre de secondes contenues dans un jour, le reste de la division par le nombre de secondes contenues dans une heure, le deuxième reste par le nombre de secondes contenues dans une minute, et enfin le dernier reste exprimera le nombre de secondes.

Voici l'opération à faire :

```
345407 | 86400  Nombre de secondes cont. dans un jour.
259200 | 3 jours.
-------
 86207 | 3600   Nombre de secondes cont. dans une heure.
  7200 | 23 heures.
-------
 14207
 10800
-------
  3407 | 60     Nombre de secondes cont. dans une minute.
   300 | 56 minutes.
-------
   407
   360
-------
    47 secondes.
```

On trouve pour résultat 3 jours, 23 heures, 56 minutes, 47 secondes : ce qu'il est facile de vérifier en convertissant, ainsi qu'on l'a indiqué dans la multiplication, les jours, heures, minutes et secondes en secondes (31).

Preuves de la multiplication et de la division.

41. *Preuve de la multiplication.* Pour vérifier l'exactitude d'une multiplication, on divise le produit par le multiplicande ; et si l'opération a été bien faite, on trouvera pour quotient le multiplicateur.

En effet, le produit n'étant, d'après la définition de la multiplication, autre chose que le multiplicande répété autant de fois qu'il y a d'unités au multiplicateur, il est évident qu'en divisant le produit par le multiplicande, le quotient exprimera le nombre de fois que le multiplicande a été répété, c'est-à-dire qu'il représentera le multiplicateur lui-même.

42. *Preuve de la division.* Pour vérifier le calcul d'une division : 1.° si le quotient est un nombre entier exact, il suffit de multiplier le quotient par le diviseur, et si la division a été bien faite, on obtiendra un produit égal au dividende : ceci résulte de la définition même de la division (32) ; 2.° s'il y a un reste à la division, on devra, pour retrouver le dividende, ajouter ce reste au produit du quotient par le diviseur: il est évident, en effet, que si le dividende, moins le reste, contient le diviseur un nombre exact de fois exprimé par le quotient, le produit du diviseur par le quotient augmenté du reste devra donner le dividende.

De quelques signes abréviatifs nécessaires à l'intelligence des leçons suivantes.

43. L'addition, la soustraction, la multiplication et la division sont les quatre règles ou opérations fondamentales de l'arithmétique auxquelles se réduisent tous les calculs.

Pour indiquer chacune des opérations, on emploie souvent des signes abréviatifs.

Pour indiquer l'addition, on emploie le signe $+$, qui s'énonce *plus;* en sorte que $8+9$ signifie 8 plus 9, ou la somme de 8 et de 9.

Pour indiquer la soustraction, on emploie le signe —, qui s'énonce *moins;* en sorte que 9 — 8 signifie 9 moins 8, ou le reste qu'on obtient en retranchant 8 de 9.

Pour indiquer la multiplication, on se sert du signe ×, qui s'énonce *multiplié par;* en sorte que 5 × 4 signifie 5 multiplié par 4, ou le produit qu'on obtient en multipliant 5 par 4.

Pour indiquer la division, on emploie le signe :, qui s'énonce *divisé par;* en sorte que 35 : 7 signifie 35 divisé par 7, ou le quotient de la division de 35 par 7. On place aussi le diviseur au-dessous du dividende, en les séparant par un trait horizontal. Ainsi $\frac{35}{7}$ a la même valeur que 35 : 7.

Pour indiquer que deux quantités sont égales, on place entre ces deux quantités le signe = qui s'énonce *égale;* ainsi $\frac{35}{7} = 5$ indique que le quotient de la division de 35 par 7 est égal à 5.

(*Nous reviendrons sur ces notations, et nous les compléterons dans un chapitre spécial*).

Définitions du carré et du cube d'un nombre.

44. *Définition du carré.* Le *carré* d'un nombre est le produit qu'on obtient en multipliant ce nombre par lui-même ; 16 est le carré de 4, car 4 × 4 = 16.

Pour indiquer le carré d'un nombre, on place à sa droite, en petit caractère et un peu au-dessus, le chiffre 2. Pour indiquer que 4 doit être élevé au carré, on écrira 4^2.

La *racine carrée* d'un nombre est un autre nombre qui, élevé au carré, reproduit le nombre proposé ; 5 est la racine carrée de 25, car 5 × 5 = 25.

On trouvera par la multiplication que les carrés des nombres entiers

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

sont respectivement,

1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100.

Réciproquement, chacun des nombres de la seconde ligne a pour racine carrée le nombre qui lui correspond dans la première.

45. *Définition du cube.* Le *cube* d'un nombre est le produit qu'on obtient en multipliant ce nombre deux fois par lui-même; 64 est le cube do 4, parce que $4 \times 4 \times 4 = 64$. Le cube d'un nombre est aussi le produit qu'on obtient en multipliant le carré de ce nombre par ce nombre lui-même.

Pour indiquer le cube d'un nombre, on place à sa droite, en petit caractère et un peu au-dessus, le chiffre 3. Pour indiquer que 4 est élevé au cube, on écrira 4^3.

La *racine cubique* d'un nombre est un autre nombre qui, élevé au cube, reproduit le nombre proposé; 3 est la racine cubique de 27, parce que $3 \times 3 \times 3 = 27$.

On trouvera par la multiplication que les cubes des nombres entiers

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

sont respectivement,

1. 8. 27. 64. 125. 216. 343. 512. 729. 1000.

Réciproquement, chacun des nombres de la seconde ligne a pour racine cubique le nombre qui lui correspond dans la première.

Le signe $\sqrt{}$ ou $\sqrt[2]{}$ exprime une racine carrée; le signe $\sqrt[3]{}$ exprime une racine cubique.

4e et 5e Leçons. Fractions ordinaires.

FRACTIONS ORDINAIRES. NUMÉRATEUR. DÉNOMINATEUR. CHANGEMENTS QU'ON PEUT FAIRE SUBIR AUX TERMES D'UNE FRACTION, SANS ALTÉRER LA VALEUR DE CETTE FRACTION. RÉDUCTION D'UNE FRACTION A SA PLUS SIMPLE EXPRESSION. DÉFINIR LES NOMBRES PREMIERS ET PREMIERS ENTRE EUX.

RÉDUCTION DES FRACTIONS AU MÊME DÉNOMINATEUR. OPÉRATIONS SUR LES FRACTIONS ORDINAIRES.

Fractions ordinaires.

46. On appelle, en général, *fractions* des quantités plus petites que l'unité. Par exemple, si l'on coupe une orange en six parties égales, chacune des parties représentera le sixième de l'orange ou de l'unité, et si l'on prend cinq parties, on aura les cinq sixièmes de l'orange ou de l'unité. Les expressions un sixième, cinq sixièmes, qui représentent des quantités moindres que l'unité, sont des fractions.

Numérateur. Le nombre qui exprime combien on a pris de parties de l'unité, s'appelle *numérateur.*

Dénominateur. Le nombre qui exprime en combien de parties l'unité a été divisée, s'appelle *dénominateur.*

Le numérateur et le dénominateur s'appellent encore, d'un nom commun, *les deux termes de la fraction.*

Pour écrire une fraction, on écrit d'abord le numérateur; on tire un trait horizontal sous le numérateur, et au-dessous du trait on écrit le dénominateur. Ainsi, l'expression $\frac{4}{5}$ indique que l'unité a été divisée en cinq parties et qu'on a pris quatre de ces parties.

Pour énoncer une fraction, on énonce d'abord le numérateur, et ensuite le dénominateur qu'on fait suivre de la terminaison ième, excepté pour les fractions qui ont pour dénominateur l'un des nombres 2, 3, 4, qui s'énoncent demi, tiers, quart. Ainsi, la fraction $\frac{2}{3}$ s'énonce deux tiers et non deux troisièmes, la fraction $\frac{3}{4}$ s'énonce trois quarts et non trois quatrièmes; la fraction $\frac{7}{9}$ s'énonce sept neuvièmes, etc.

47. Quand, sans changer le dénominateur d'une fraction, son numérateur augmente, la fraction augmente. En effet, l'unité est toujours divisée en un même nombre de parties, et comme l'on en prend davantage, la fraction augmente nécessairement de valeur. *Il en résulte que si l'on multiplie le numérateur d'une fraction par 2 ... 3 ... 4 ... 10 ... 100 ... 1000..., etc., sans rien changer au dénominateur, la fraction devient 2 ... 3 ... 4 ... 10 ... 100 ... 1000, etc., fois plus grande.* Par la même raison, si l'on diminue le numérateur d'une fraction, son dénominateur restant le même, la fraction diminue. *Il en résulte que si le numérateur d'une fraction devient 2 .... 3 .... 4 .... 10 .... 100 .... 1000 .... fois plus petit, la fraction devient le même nombre de fois plus petite.*

Si, sans rien changer au numérateur d'une fraction, on augmente son dénominateur, l'unité étant partagée en plus de parties, ces parties sont plus petites, et puisqu'on en prend toujours le même nombre, la fraction diminue. *Il en résulte que si l'on multiplie le dénominateur d'une fraction par 2 .... 3 .... 4 .... 100 .... 1000, sans rien changer au numérateur, la fraction devient le même nombre de fois plus petite.* Par la même raison, si le dénominateur diminue, la fraction augmente. Par conséquent, *si le dénominateur d'une fraction devient 2 .... 3 .... 4 .... 10 .... 100 .... 1000 fois plus petit, la fraction devient le même nombre de fois plus grande.*

48. *Changements qu'on peut faire subir aux deux termes d'une fraction sans altérer la valeur de cette fraction.* Il suit de ce qui précède qu'une fraction ne change pas de valeur quand on multiplie ses deux termes par un même nombre.

Soit la fraction $\frac{3}{4}$: en multipliant ses deux termes par 2, par exemple, on a $\frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$, fraction égale à $\frac{3}{4}$. En effet, en multipliant le numérateur par 2, on a rendu la fraction deux fois plus

grande, mais en multipliant le dénominateur aussi par 2, on a rendu la fraction deux fois plus petite, elle n'a donc pas changé de valeur.

On prouverait de même qu'une fraction ne change pas de valeur, quand on divise ses deux termes par un même nombre.

Nombres fractionnaires.

49. Une expression fractionnaire peut être plus petite que l'unité, égale à l'unité, ou plus grande que l'unité.

Elle est plus petite que l'unité, quand le numérateur est plus petit que le dénominateur, tel que $\frac{3}{4}$.

Elle est égale à l'unité, quand le numérateur et le dénominateur sont égaux, tel que $\frac{4}{4}$.

Elle est plus grande que l'unité, lorsque le numérateur est plus grand que le dénominateur, tel que $\frac{5}{4}$.

Seulement, pour distinguer d'avec les fractions proprement dites les quantités qui, sous la forme fractionnaire, ont une valeur égale à l'unité ou plus grande que l'unité, on les appelle *nombres fractionnaires.*

Pour convertir un entier en une expression fractionnaire dont le dénominateur est donné, on prend pour numérateur le produit de ce nombre par le dénominateur donné. Ainsi, si l'on a 4 entiers à réduire en cinquièmes, on dira : 4 fois 5, 20, numérateur qui, divisé par 5, donne $\frac{20}{5}$. En effet, l'unité valant $\frac{5}{5}$, 4 unités valent 4 fois $\frac{5}{5}$, et l'on a $4 = 4 \times \frac{5}{5} = \frac{20}{5}$.

Pour convertir en une seule expression fractionnaire un nombre entier et une fraction, on prend pour numérateur le produit du nombre entier par le dénominateur de la fraction, augmenté du numérateur de cette fraction, et pour dénominateur, le dénominateur de la fraction elle-même. Ainsi, pour réduire 4 entiers $\frac{3}{5}$ en cinquièmes, on dira : 4 fois 5, 20 plus 3, 23, numérateur qui, divisé par 5, donne $\frac{23}{5}$. Il est facile de voir, en effet, que l'unité valant $\frac{5}{5}$, 4 unités valent 4 fois cinq cinquièmes, ou $4 \times \frac{5}{5}$, et en ajoutant

les $\frac{5}{5}$, on aura pour la valeur de 4 entiers $\frac{5}{5}$, $\frac{4 \times 5}{5} + \frac{3}{5}$ ou $\frac{20}{5} + \frac{3}{5}$ ou $\frac{20+3}{5}$ ou enfin $\frac{23}{5}$.

Réciproquement, *pour extraire les entiers contenus dans une expression fractionnaire, il faut diviser le numérateur par le dénominateur de la fraction, le quotient sera le nombre d'entiers contenus dans l'expression fractionnaire, et le reste, s'il y en a un, le numérateur de la fraction qui doit y être jointe.* On verra, d'après cela, que $\frac{16}{4}$ font 4 entiers; que $\frac{28}{3}$ font 9 entiers $\frac{1}{3}$.

Réduction d'une fraction à sa plus simple expression.

50. Nous venons de voir (48) que l'on peut, sans changer la valeur d'une fraction, en diviser les deux termes par le même nombre ; on pourra donc remplacer une fraction par une autre fraction plus simple, mais ayant la même valeur, toutes les fois que les deux termes de la fraction seront divisibles par le même nombre. C'est ce qu'on appelle *réduire une fraction à ses moindres termes ou à sa plus simple expression.*

Pour réduire une fraction à sa plus simple expression, il faudra essayer la division de ses deux termes successivement par les nombres 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, etc., qui forment, ainsi qu'on le verra (n.° 51), la suite naturelle des nombres premiers, en continuant la division par un même nombre, tant qu'elle pourra se faire exactement; quand on ne rencontrera plus de diviseur commun aux deux termes, la réduction sera terminée.

Il est donc essentiel de savoir quand un nombre est divisible au moins par 2, 3, 5.

On reconnaît qu'un nombre est divisible par 2, quand il est terminé par un chiffre pair ou un 0. Les nombres 4, 12, 40, etc., sont divisibles par 2.

On reconnaît qu'un nombre est divisible par 3 quand la somme des chiffres considérés avec leur valeur absolue forme 3 ou un nombre divisible par 3; 102 est divisible par 3, car la somme des

chiffres $1+2=3$; 369 est divisible par 3, car la somme des chiffres $3+6+9=18$, nombre divisible par 3.

On reconnaît qu'un nombre est divisible par 5 quand il est terminé par le chiffre 5 ou par un 0. Les nombres 30, 35, 40 sont divisibles par 5.

Il faut essayer la division, à l'égard des nombres 7, 11, 13 et suivants, mais seulement après avoir épuisé la division par les nombres 2, 3, 5.

Soit maintenant à réduire à sa plus simple expression la fraction $\frac{13860}{16632}$.

Les deux termes de cette fraction étant divisibles par 2, elle devient $\frac{6930}{8316}$.

Les deux termes de la fraction $\frac{6930}{8316}$ étant divisibles par 2, elle devient $\frac{3465}{4158}$.

Les deux termes de la fraction $\frac{3465}{4158}$ étant divisibles par 3, elle devient $\frac{1155}{1386}$.

Les deux termes de la fraction $\frac{1155}{1386}$ étant divisibles par 3, elle devient $\frac{385}{462}$.

Les deux termes de la fraction $\frac{385}{462}$ étant divisibles par 7, elle devient $\frac{55}{66}$

Les deux termes de la fraction $\frac{55}{66}$ étant divisibles par 11, elle devient $\frac{5}{6}$, qui est la plus simple expression de la fraction proposée.

En rapprochant les divers résultats obtenus précédemment, on aura $\frac{13860}{16632}=\frac{6930}{8316}=\frac{3465}{4158}=\frac{1155}{1386}=\frac{385}{462}=\frac{55}{66}=\frac{5}{6}$.

La fraction $\frac{5}{6}$ que l'on ne peut réduire à de moindres termes s'appelle fraction irréductible.

Nombres premiers.

51. *Définir les nombres premiers et premiers entre eux.* On appelle *nombre premier* un nombre qui n'est divisible que par lui-même et par l'unité. Pour trouver les nombres premiers, on prendra donc la suite des nombres naturels et l'on re-

jettera tous ceux qui admettront un diviseur autre que le nombre lui-même et que l'unité. On trouvera ainsi que les nombres 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, etc., sont des nombres premiers.

Deux ou plusieurs nombres sont dits premiers entre eux, quand ils n'ont pas de diviseur commun autre que l'unité, qui est diviseur commun à tous les nombres; tels sont les nombres 7 et 9, 13 et 21, et il est évident que les fractions $\frac{7}{9}$, $\frac{13}{21}$ que formeraient ces nombres seraient irréductibles.

Réduction des fractions au même dénominateur.

52. On donne le nom de *réduction au même dénominateur* à l'opération par laquelle on transforme des fractions d'espèces différentes en d'autres fractions équivalentes de même espèce ou de même dénominateur.

La réduction des fractions au même dénominateur présente quatre cas principaux :

1° *Quand on a deux fractions à réduire au même dénominateur, on multiplie les deux termes de la première par le dénominateur de la seconde, et les deux termes de la seconde par le dénominateur de la première.*

Soient les deux fractions $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{7}$ à réduire au même dénominateur :

En appliquant la règle ci-dessus énoncée on a :

$$\frac{4}{5}, \frac{6}{7} = \frac{4 \times 7}{5 \times 7}, \frac{6 \times 5}{7 \times 5} = \frac{28}{35}, \frac{30}{35}.$$

Les deux fractions n'ont pas changé de valeur, puisqu'on a multiplié les deux termes de chacune d'elles par le même nombre (48); elles doivent avoir le même dénominateur, puisqu'il est formé du produit des deux dénominateurs des fractions, et que le produit de deux facteurs ne change pas dans quelque ordre qu'on effectue la multiplication (29).

2° *Quand on a trois, quatre, cinq, etc., fractions à réduire au même dénominateur, on multiplie les deux termes de chaque fraction par le produit des dénominateurs de toutes les autres.*

Soient les quatre fractions $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$:

En opérant comme on vient de l'indiquer et en mettant d'abord les produits par lesquels on doit multiplier entre le signe ( ), qui signifie aussi *multiplié par*, on a :

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5} = \frac{1\,(3 \times 4 \times 5)}{2\,(3 \times 4 \times 5)}, \frac{2\,(2 \times 4 \times 5)}{3\,(2 \times 4 \times 5)}, \frac{3\,(2 \times 3 \times 5)}{4\,(2 \times 3 \times 5)}, \frac{4\,(2 \times 3 \times 4)}{5\,(2 \times 3 \times 4)}$$
$$= \frac{1 \times 60}{2 \times 60}, \frac{2 \times 40}{3 \times 40}, \frac{3 \times 30}{4 \times 30}, \frac{4 \times 24}{5 \times 24} = \frac{60}{120}, \frac{80}{120}, \frac{90}{120}, \frac{96}{120}.$$

Il est facile de voir que, comme dans le premier cas, les fractions n'ont pas changé de valeur, puisqu'on a multiplié les deux termes de chacune d'elles par le même nombre ; qu'elles doivent nécessairement avoir le même dénominateur, puisqu'il n'est autre chose que le produit des dénominateurs de toutes les fractions, et que le produit de trois, quatre, cinq facteurs ne change pas dans quelque ordre qu'on effectue la multiplication (29).

3° *Quand parmi les dénominateurs des fractions à réduire, il y en a un qui est exactement divisible par chacun des autres, au lieu d'agir comme on vient de l'indiquer, on peut simplifier l'opération en multipliant les deux termes de chaque fraction par le quotient résultant de la division du plus grand dénominateur par le dénominateur de la fraction sur laquelle on opère ; il est évident, d'après cela, qu'on n'a rien à changer à la fraction ayant le plus grand dénominateur.*

Soient les fractions $\frac{4}{5}, \frac{9}{10}, \frac{3}{15}, \frac{7}{30}$:

Le plus grand dénominateur 30 étant à la fois divisible par 5, 10 et 15, on a en opérant comme on vient de le dire et en mettant encore les quantités par lesquelles on multiplie entre parenthèses :

$$\frac{4}{5}, \frac{9}{10}, \frac{3}{15}, \frac{7}{30} = \frac{4\,(30:5)}{5\,(30:5)}, \frac{9\,(30:10)}{10\,(30:10)}, \frac{3\,(30:15)}{15\,(30:15)}, \frac{7}{30} = \frac{4 \times 6}{5 \times 6}, \frac{9 \times 3}{10 \times 3},$$
$$\frac{3 \times 2}{15 \times 2}, \frac{7}{30}, = \frac{24}{30}, \frac{27}{30}, \frac{6}{30}, \frac{7}{30}.$$

Il est facile de voir que ces fractions n'ont pas changé de valeur, puisque les deux termes de chacune d'elles ont été multipliés par le même nombre ; qu'elles doivent avoir le même dénominateur, pulsque dans toute division le quotient multiplié par le diviseur reproduit toujours le dividende.

4° *Quand le plus grand dénominateur des fractions à réduire n'est pas divisible par chacun des autres dénominateurs, on cherche un nombre ou dénominateur commun, qui soit exactement divisible par chacun des dénominateurs proposés, et l'on multiplie les deux termes de chaque fraction par le quotient résultant de la division du nombre trouvé par le dénominateur de la fraction sur laquelle on opère.*

Pour trouver ce dénominateur commun, on multiplie les uns par les autres les dénominateurs des fractions proposées; mais, afin d'avoir le plus petit nombre possible, on se dispense de multiplier par ceux des dénominateurs qui sont sous-multiples d'un autre.

Soit à réduire les fractions $\frac{1}{10}, \frac{7}{15}, \frac{8}{40}, \frac{9}{30}$:

Le dénominateur 10 étant un sous-multiple de 40, on le néglige; on en fait autant du dénominateur 15, qui est un sous-multiple de 30; il reste donc les deux dénominateurs 40 et 30, qui, multipliés l'un par l'autre, donnent 120, dénominateur commun; en opérant comme on vient de l'indiquer, on a :

$$\frac{1}{10}, \frac{7}{15}, \frac{8}{40}, \frac{9}{30}, = \frac{1\,(120:10)}{10\,(120:10)}, \frac{7\,(120:15)}{15\,(120:15)}, \frac{8\,(120:40)}{40\,(120:40)}, \frac{9\,(120:30)}{30\,(120:30)},$$
$$= \frac{1\times 12}{10\times 12}, \frac{7\times 8}{15\times 8}, \frac{8\times 3}{40\times 3}, \frac{9\times 4}{30\times 4} = \frac{12}{120}, \frac{56}{120}, \frac{24}{120}, \frac{36}{120}.$$

On démontrerait, comme on l'a fait pour le cas précédent, que les fractions n'ont pas changé de valeur et qu'elles doivent avoir le même dénominateur.

Opérations sur les fractions ordinaires.

Addition des fractions ordinaires.

53. Les fractions qu'on se propose d'additionner sont de même espèce ou d'espèces différentes.

1° *Si les fractions sont de même espèce, c'est-à-dire ont le même dénominateur, on fait la somme des numérateurs et l'on donne à cette somme pour dénominateur le dénominateur commun.*

Soit à ajouter les 5 fractions $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{4}{8}$:

On a : $\frac{7}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} + \frac{5}{8} + \frac{4}{8} = \frac{7+3+1+5+4}{8} = \frac{20}{8} = 2\frac{4}{8} = 2\frac{1}{2}$.

Le résultat d'une opération de fractions ne doit être considéré comme définitif que lorsqu'il n'est plus susceptible de réduction.

Par conséquent, si le résultat est une fraction, on cherche la plus simple expression de cette fraction ; si c'est un nombre fractionnaire, on extrait d'abord les entiers et l'on réduit ensuite, s'il y a lieu, la fraction qui s'y trouve jointe à sa plus simple expression.

Ainsi dans l'exemple qui précède, on avait trouvé $\frac{20}{8}$ pour premier résultat ; en extrayant les entiers ce résultat est devenu $2\frac{4}{8}$ et, par la réduction de $\frac{4}{8}$ à sa plus simple expression, on a eu définitivement $2\frac{1}{2}$.

2° *Si les fractions sont d'espèces différentes ou n'ont pas le même dénominateur, on commence par les réduire au même dénominateur et l'on opère ensuite comme dans le cas précédent.*

Soit à ajouter les trois fractions $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$:

On a : $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} = \frac{2(4\times5)}{3(4\times5)} + \frac{3(3\times5)}{4(3\times5)} + \frac{4(3\times4)}{5(3\times4)} = \frac{2\times20}{3\times20} + \frac{3\times15}{4\times15} + \frac{4\times12}{5\times12} = \frac{40}{60} + \frac{45}{60} + \frac{48}{60} = \frac{40+45+48}{60} = \frac{133}{60} = 2\frac{13}{60}$.

Remarque. Si l'on avait à faire la somme de plusieurs nombres entiers accompagnés de fractions, on commencerait par faire la somme des fractions et l'on extrairait les unités entières pour les additionner avec les entiers donnés.

Soit à ajouter les nombres $8\frac{2}{3}$, $12\frac{5}{6}$, $20\frac{11}{24}$:

En disposant l'opération ainsi qu'il suit et en observant que le dénominateur 24 est divisible par chacun des autres dénominateurs 3 et 6, on a, après avoir supprimé quelques détails :

$8\frac{2}{3} + 12\frac{5}{6} + 20\frac{11}{24} = 40 + \frac{2}{3} + \frac{5}{6} + \frac{11}{24} = 40 + \frac{16}{24} + \frac{20}{24} + \frac{11}{24} = 40 + \frac{47}{24} = 41\frac{23}{24}$.

Soustraction des fractions ordinaires.

54. La soustraction des fractions présente, comme l'addition des fractions, deux cas principaux :

1° *Si les fractions proposées ont le même dénominateur, on retranche le plus petit numérateur du plus grand et l'on donne pour dénominateur à la différence le dénominateur commun.*

Soit à retrancher la fraction $\frac{15}{23}$ de la fraction $\frac{22}{23}$:

On a : $\frac{22}{23} - \frac{15}{23} = \frac{7}{23}$.

2° *Si les fractions n'ont pas le même dénominateur, on commence par les y réduire et l'on opère ensuite comme dans le cas précédent.*

Soit à retrancher la fraction $\frac{7}{8}$ de la fraction $\frac{11}{12}$:

On a : $\frac{11}{12} - \frac{7}{8} = \frac{11 \times 8}{12 \times 8} - \frac{7 \times 12}{8 \times 12} = \frac{88}{96} - \frac{84}{96} = \frac{4}{96} = \frac{1}{24}$.

Remarque. Si les termes de la soustraction sont des nombres entiers accompagnés de fractions et que la fraction qui accompagne le plus petit nombre soit la plus petite, on soustrait séparément les fractions l'une de l'autre et les entiers l'un de l'autre. Si la fraction qui accompagne le plus petit nombre est la plus grande, on emprunte sur le plus grand nombre une unité que l'on convertit en un nombre fractionnaire de même dénominateur que la fraction qui accompagne ce plus grand nombre.

Soit à retrancher $5\frac{2}{3}$ de $8\frac{1}{2}$:

On a : $8\frac{1}{2} - 5\frac{2}{3} = 8\frac{1 \times 3}{2 \times 3} - 5\frac{2 \times 2}{3 \times 2} = 8\frac{3}{6} - 5\frac{4}{6} = 7\frac{9}{6} - 5\frac{4}{6}$ $= 2\frac{5}{6}$.

Multiplication des fractions ordinaires.

55. La multiplication des fractions ordinaires présente trois cas :

1er Cas. *Quand on a une fraction à multiplier par un entier, on multiplie le numérateur de la fraction par l'entier et on laisse le dénominateur tel qu'il est.*

Soit à multiplier la fraction $\frac{3}{4}$ par l'entier 5 :

On a : $\frac{3}{4} \times 5 = \frac{3 \times 5}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$.

En effet, multiplier $\frac{3}{4}$ par 5, c'est rendre la fraction $\frac{3}{4}$ cinq fois plus grande et l'on a vu (47) que pour rendre une fraction cinq fois plus grande, il suffit de multiplier son numérateur par 5.

2e Cas. *Quand on a un entier à multiplier par une fraction, il faut multiplier l'entier par le numérateur de la fraction et donner pour dénominateur au produit ainsi obtenu le dénominateur de la fraction elle-même.*

Soit à multiplier l'entier 5 par la fraction $\frac{3}{4}$:

On a : $5 \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$.

En effet, multiplier 5 entiers par $\frac{3}{4}$, c'est prendre les $\frac{3}{4}$ de 5 ; or, en prenant d'abord le quart de 5, on a $\frac{5}{4}$; mais ce n'est pas le quart de 5 qu'il fallait prendre, c'étaient les $\frac{3}{4}$; donc le produit $\frac{5}{4}$ est trois fois trop petit ; pour le rendre trois fois plus grand, c'est-à-dire tel qu'il doit être, il suffit de multiplier le numérateur de la fraction $\frac{5}{4}$ par 3 et l'on a enfin pour produit $\frac{5 \times 3}{4}$ ou $\frac{15}{4}$.

3e Cas. *Quand on a une fraction à multiplier par une fraction, il faut multiplier les deux numérateurs et les deux dénominateurs l'un par l'autre.*

Soit la fraction $\frac{3}{4}$ à multiplier par la fraction $\frac{5}{6}$:

On a : $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{3 \times 5}{4 \times 6} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$.

En effet, multiplier $\frac{3}{4}$ par $\frac{5}{6}$, c'est prendre les $\frac{5}{6}$ de $\frac{3}{4}$; en prenant le sixième de $\frac{3}{4}$ on a $\frac{3}{4 \times 6}$; mais ce n'est pas le sixième de $\frac{3}{4}$ qu'il fallait prendre, c'étaient les $\frac{5}{6}$; donc le produit obtenu $\frac{3}{4 \times 6}$ ou $\frac{3}{24}$ est cinq fois trop petit, il faut le rendre cinq fois plus grand et l'on a définitivement pour produit $\frac{3 \times 5}{4 \times 6}$ ou $\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$.

1re *Remarque.* Lorsque l'un des facteurs ou tous deux se composent d'un nombre entier et d'une fraction, on réduit chaque nombre entier et la fraction qui l'accompagne en une seule expression fractionnaire ; cela fait, on retombe sur l'un des trois cas précédents et l'on opère comme il a été dit pour ce cas.

Soit à multiplier $12\frac{3}{5}$ par $9\frac{3}{4}$:

On a : $12\frac{3}{5} \times 9\frac{3}{4} = \frac{63}{5} \times \frac{39}{4} = \frac{2457}{20} = 122\frac{17}{20}$.

2e *Remarque.* Le produit de deux fractions ne change pas dans quelque ordre qu'on les multiplie; ainsi, $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ et $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$ donnent également pour produit $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$. Ce résultat est une *fraction de fraction.*

3e *Remarque.* Le produit de deux, trois, quatre, cinq fractions ne change pas dans quelque ordre qu'on les multiplie. Ainsi, $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$, $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ et $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ donnent pour produit $\frac{2 \times 3 \times 4}{3 \times 4 \times 5} = \frac{4 \times 2 \times 3}{5 \times 3 \times 4} = \frac{3 \times 4 \times 2}{4 \times 5 \times 3} = \frac{24}{60} = \frac{12}{30} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$. Ce dernier résultat est *une fraction de fractions.*

Par conséquent, quand on a plusieurs fractions à multiplier l'une par l'autre, il suffit de faire le produit des numérateurs et de le diviser par le produit des dénominateurs. Toutefois, quand un nombre est facteur commun au numérateur et au dénominateur du produit, on peut, pour abréger, omettre ce facteur dans la multiplication; car c'est diviser les deux termes du produit par le même nombre.

Soit proposé, par exemple, *de prendre la* $\frac{1}{2}$ *des* $\frac{2}{3}$ *des* $\frac{3}{4}$ *des* $\frac{5}{6}$ *de 24 heures*:

On aura, d'après ce qui vient d'être dit:

$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times 24 = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 5 \times 24}{2 \times 3 \times 4 \times 6} = \frac{1 \times 5 \times 24}{4 \times 6} = \frac{120}{24} = 5$ heures.

Division des fractions ordinaires.

56. La division des fractions présente, comme la multiplication des fractions, trois cas principaux:

1er Cas. *Quand on a une fraction à diviser par un entier, il faut multiplier le dénominateur de la fraction par l'entier et laisser le numérateur tel qu'il est.*

Soit la fraction $\frac{3}{4}$ à diviser par 5 entiers:

On a : $\frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{4 \times 5} = \frac{3}{20}$.

En effet, diviser $\frac{3}{4}$ par 5, c'est prendre le cinquième de $\frac{3}{4}$, ou rendre la fraction $\frac{3}{4}$ cinq fois plus petite et l'on a vu (47) que pour rendre une fraction cinq fois plus petite, il suffit de multiplier son dénominateur par 5.

2e Cas. *Quand on a un entier à diviser par une fraction, il faut multiplier l'entier par la fraction diviseur renversée.*

Soit 5 entiers à diviser par la fraction $\frac{3}{4}$:

On a : $5 : \frac{3}{4} = 5 \times \frac{4}{3} = \frac{5 \times 4}{3} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$.

En effet, si l'on divise 5 entiers par 3, on obtiendra pour quotient $\frac{5}{3}$; mais ce n'est pas par 3 qu'il fallait diviser 5, c'était par $\frac{3}{4}$, c'est-à-dire par un nombre 4 fois plus petit; on s'est servi d'un diviseur 4 fois trop grand et le quotient $\frac{5}{3}$ est, par conséquent, 4 fois trop petit; pour le rendre 4 fois plus grand, c'est-à-dire tel qu'il doit être, il faut multiplier le numérateur par 4, ce qui est conforme à la règle générale ci-dessus énoncée.

3e Cas. *Quand on a une fraction à diviser par une fraction, il faut multiplier la fraction dividende par la fraction diviseur renversée.*

Soit à diviser la fraction $\frac{3}{4}$ par la fraction $\frac{5}{6}$:

On a : $\frac{3}{4} : \frac{5}{6} = \frac{3}{4} \times \frac{6}{5} = \frac{3 \times 6}{4 \times 5} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$.

En effet, si l'on divise $\frac{3}{4}$ par 5, on aura pour quotient $\frac{3}{4 \times 5}$ ou $\frac{3}{20}$; mais ce n'est pas par 5 qu'il faut diviser la fraction $\frac{3}{4}$, c'est par $\frac{5}{6}$ ou par un nombre 6 fois plus petit; on s'est donc servi d'un diviseur 6 fois trop grand, et le quotient $\frac{3}{20}$ est 6 fois trop petit; pour le rendre 6 fois plus grand, il faut multiplier son numérateur par 6.

Remarque. Quand les deux termes de la division renferment des nombres entiers joints aux fractions, on réduit chaque fraction et le nombre qui l'accompagne en une seule expression fractionnaire; on retombe sur l'un des trois cas précédents et l'on opère comme il a été dit pour ce cas.

Soit à diviser $8\frac{5}{7}$ par $1\frac{6}{11}$:

On a : $8\frac{5}{7} : 1\frac{6}{11} = \frac{61}{7} : \frac{17}{11} = \frac{61 \times 11}{7 \times 17} = \frac{671}{119} = 5\frac{76}{119}$.

6e et 7e Leçons. Fractions décimales.

FORMATION DES PARTIES DÉCIMALES DE L'UNITÉ. — MANIÈRE DE LIRE ET D'ÉCRIRE LES NOMBRES DÉCIMAUX. — ADDITION D'UN OU PLUSIEURS ZÉROS A LA DROITE D'UN NOMBRE DÉCIMAL. — DÉPLACEMENT DE LA VIRGULE.

OPÉRATIONS SUR LES FRACTIONS DÉCIMALES. — RÉDUCTION DES FRACTIONS ORDINAIRES EN FRACTIONS DÉCIMALES; LORSQUE LE QUOTIENT N'EST PAS LIMITÉ, ON DOIT ARRIVER NÉCESSAIREMENT A UNE FRACTION DÉCIMALE PÉRIODIQUE. TROUVER LE QUOTIENT D'UNE DIVISION A $\frac{1}{10}$ A $\frac{1}{100}$ PRÈS.

---

57. On appelle *fractions décimales* ou *nombres décimaux* des expressions renfermant des parties qui sont de dix en dix fois plus petites que l'unité.

58. *Formation des parties décimales de l'unité.* Pour évaluer en décimales les parties plus petites que l'unité, on conçoit que cette unité soit partagée en dix parties appelées *dixièmes;* on représentera ces dixièmes par les mêmes caractères que les unités simples, seulement comme un chiffre placé à la droite d'un autre exprime des unités dix fois plus faibles que celui-ci, on placera les dixièmes à la droite des unités, et pour ne pas les confondre avec les unités, on les en séparera par une virgule.

Les parties dix fois plus petites que les dixièmes étant cent fois plus petites que l'unité seront appelées pour cette raison *centièmes,* et on les placera à la droite des dixièmes.

Les parties dix fois plus petites que les centièmes étant mille fois plus petites que l'unité seront appelées *millièmes*, et on les placera à la droite des centièmes; et ainsi de suite pour les *dix millièmes*, les *cent millièmes*, les *millionièmes*, etc.

On voit, d'après ce qui précède, que pour qu'un nombre décimal exprime des dixièmes, il faut un chiffre décimal; que pour qu'il exprime des centièmes, il en faut deux; des millièmes, trois; des dix millièmes, quatre; des cent millièmes, cinq; des millionièmes, six, et ainsi de suite.

59. *Manière de lire un nombre décimal.* Pour énoncer un nombre décimal écrit en chiffres, on énonce d'abord la partie entière séparément, on énonce ensuite la partie décimale comme si elle exprimait des entiers, et l'on donne au dernier chiffre décimal le nom de l'ordre des décimales qu'il représente, nom qu'il est facile de trouver en disant à partir de la virgule, dixièmes, centièmes, millièmes, etc., jusqu'au dernier chiffre décimal.

Ainsi, le nombre 48,075 s'énoncera *48 unités, soixante-quinze millièmes;* le nombre 4,006589 s'énoncera *4 unités, six mille cinq cent quatre-vingt-neuf millionièmes.*

60. *Manière d'écrire un nombre décimal.* Pour écrire en chiffres un nombre décimal, on écrit d'abord sa partie entière; s'il n'y a pas d'entiers, on met un zéro pour en tenir lieu, et l'on place une virgule. On écrit à la suite de la virgule, les dixièmes, les centièmes, les millièmes, etc., du nombre décimal donné, en ayant soin de remplacer par un zéro chacun des ordres d'unités décimales qui manquent.

Ainsi, pour écrire le nombre décimal quatre unités, soixante-quinze millièmes, on peut dire : J'écris les 4 unités et je place une virgule; je mets un 0 pour tenir lieu des dixièmes, et à la suite du 0, j'écris les 7 centièmes et les 5 millièmes dont se compose la partie décimale et j'ai 4,075.

Mais on procédera beaucoup plus promptement en disant : J'écris les 4 unités et je place une virgule; pour écrire des millièmes, il faut trois chiffres; dans le nombre donné il y en a deux, j'écris un 0 en avant et j'ai 4,075.

D'après cela, le nombre décimal quatre-vingt-dix entiers, quatre

cent soixante-quinze cent millièmes, s'écrira *90,00475*; le nombre décimal cinq cent vingt-huit dix millionièmes, s'écrira *0,0000528*.

61. *Addition d'un ou de plusieurs zéros à la droite d'un nombre décimal.* On ne change pas la valeur d'un nombre décimal, en écrivant un ou plusieurs zéros à sa droite; car chacun des chiffres significatifs conservant le même rang conserve nécessairement la même valeur.

Il est évident que 7,3 = 7,30. En effet, les deux nombres se composent des mêmes parties, 7 unités et 3 dixièmes; le 0 qui suit marque la place des centièmes, il ne fait que changer la forme du nombre, mais il n'en change pas la valeur.

Réciproquement, on peut, sans rien changer à un nombre décimal, retrancher un, deux, trois, etc., zéros à sa droite.

62. *Déplacement de la virgule.* Si dans un nombre décimal on transporte la virgule d'un, de deux, de trois rangs vers la droite, on rend ce nombre décimal dix, cent, mille fois plus grand. En effet, chaque chiffre significatif exprimant des unités dix, cent, mille fois plus grandes, le nombre devient dix, cent, mille fois plus grand.

Par conséquent, pour multiplier un nombre décimal par 10, par 100, par 1000, c'est-à-dire par un nombre représenté par l'unité suivie d'un certain nombre de zéros, il suffira de transporter la virgule d'autant de rangs vers la droite qu'il y a de zéros après l'unité.

Ainsi	8,75	× 10	=	87,5
	67,056	× 100	=	6705,6
	4,0789	× 1000	=	4078,9
	0,08	× 10000	=	800.
	0,456	× 100000	=	45600.
	4,75	× 100	=	475.
	2,728	× 1000	=	2728.

Si dans un nombre décimal on transporte la virgule d'un, de deux, de trois rangs vers la gauche, on rend ce nombre dix, cent, mille fois plus petit. En effet, chaque chiffre significatif

exprimant des unités dix, cent, mille fois plus petites, le nombre lui-même devient dix, cent, mille fois plus petit.

Par conséquent, pour diviser un nombre décimal par 10, par 100, par 1000, c'est-à-dire par un nombre représenté par l'unité suivie d'un certain nombre de zéros, il suffit de transporter la virgule d'autant de rangs vers la gauche qu'il y a de zéros après l'unité.

Ainsi	4,8	: 10	= 0,48
	450,57	: 100	= 4,5057
	8,5	: 1000	= 0,0085
	0,758	: 10000	= 0,0000758
	48.	: 100	= 0,48
	585.	: 1000	= 0,585

Il résulte de ce qui précède qu'en supprimant la virgule d'un nombre décimal, on multiplie le nombre décimal par l'unité suivie d'autant de zéros qu'il y avait de chiffres décimaux; et qu'en séparant sur la droite d'un nombre entier un, deux, trois chiffres décimaux, on divise ce nombre entier par l'unité suivie d'un, deux, trois zéros.

Opérations sur les fractions décimales.

Addition des nombres décimaux.

63. Les nombres décimaux étant soumis à la même loi de composition que les nombres entiers, c'est-à-dire que dix centièmes composant un dixième et dix dixièmes composant une unité, comme dix unités composent une dizaine, etc., on suivra, pour faire la somme de plusieurs nombres décimaux, la règle qui a été donnée pour l'addition des nombres entiers.

On écrira donc les nombres décimaux les uns sous les autres, de manière que les unités de même ordre soient dans une même colonne verticale (les virgules seront évidemment placées dans la

même colonne); *on additionnera en commençant par la droite et d'après la règle donnée pour l'addition des nombres entiers.*

Quand l'opération sera terminée, on séparera à la droite de la somme autant de chiffres décimaux qu'il y en a dans celui des nombres additionnés qui en renferme le plus.

Soit à faire la somme des nombres 56,028 ; 9,57 et 15,7 :

On disposera l'opération et on l'effectuera ainsi qu'il suit :

	56,028
	9,57
	15,7
Somme . . .	81,298

Dans le principe, on devra raisonner l'opération et dire :

8 millièmes, je pose 8 dans la colonne des millièmes.

2 centièmes et 7, 9 centièmes, je pose 9 dans la colonne des centièmes.

5 dixièmes et 7, 12 dixièmes, ou 1 unité et 2 dixièmes, je pose les 2 dixièmes dans la colonne des dixièmes, et je retiens l'unité pour l'ajouter aux chiffres de la colonne des unités, etc.

Dans la pratique, on se bornera à dire :

8, je pose 8.

2 et 7, 9, je pose 9, etc., comme si l'on n'avait que des nombres entiers à additionner.

Dans l'exemple qui précède, on a placé à la somme la virgule après le troisième chiffre à partir de la droite, parce que ce chiffre doit représenter des dizièmes.

Soustraction des nombres décimaux.

64. *Pour soustraire un nombre décimal d'un autre, on écrit le plus petit sous le plus grand, de manière que les unités de même ordre se correspondent ; si l'un des deux nombres a moins de chiffres décimaux que l'autre, on en rend le nombre égal en ajoutant à la suite de celui qui en a le moins autant de zéros que c'est nécessaire et l'on opère la soustraction, comme il a été dit*

dans le cas des nombres entiers. L'opération terminée, on place à la différence la virgule au-dessous des virgules des nombres proposés.

Soit à retrancher 47,58 de 486,259:

On aura 486,259 Plus grand nombre.
47,580 Plus petit nombre augmenté ou non [d'un zéro.
Pour différence 438,679

On raisonnera d'abord ainsi qu'il suit :

0 millième de 9 millièmes, il reste 9 millièmes que j'écris au-dessous des millièmes.

8 centièmes de 15 centièmes, il reste 7 centièmes que j'écris au-dessous des centièmes.

6 dixièmes (*en augmentant, pour ne pas altérer la différence, le chiffre 5 dixièmes d'un dixième*) de 12 dixièmes, il reste 6 dixièmes que j'écris sous les dixièmes et ainsi de suite.

Je place à la différence la virgule après le troisième chiffre à partir de la droite, parce que ce chiffre doit représenter des dixièmes.

Dans la pratique, il suffira de dire, 0 de 9 reste 9, je pose 9.
8 de 15 reste 7, je pose 7, etc.

Si l'on avait 47,1856 à retrancher de 98,27, ce dernier nombre ne contenant que deux chiffres décimaux et l'autre en contenant quatre, on écrirait d'abord deux zéros à sa droite et en opérant comme dans l'exemple qui précède on aurait :

98,2700
47,1856
Différence 51,0844

Multiplication des nombres décimaux.

65. *Pour multiplier deux nombres décimaux l'un par l'autre, on opère, comme si les nombres étaient entiers, en faisant abstraction des virgules ; on sépare ensuite sur la droite du produit autant de chiffres décimaux qu'il y en a dans les deux facteurs, et l'on obtient le produit demandé.*

Soit, par exemple, à multiplier 56,425 par 9, 5 :

$$\begin{array}{r} 56,425 \\ 9,5 \\ \hline 282125 \\ 507825 \\ \hline 536,0375 \end{array}$$

On multiplie 56425 par 95, le produit est 5360375 ; mais comme il y a trois chiffres décimaux dans le multiplicande et un dans le multiplicateur, on sépare quatre chiffres à la droite du produit qui devient 536,0375.

La raison de cette opération est facile à saisir. En effet, en ne tenant pas compte de la virgule au multiplicande qui renferme trois chiffres décimaux, on l'a rendu mille fois plus grand ; en supprimant la virgule au multiplicateur qui renferme un seul chiffre décimal, on l'a rendu dix fois plus grand ; on a donc multiplié un nombre mille fois plus grand par un nombre dix fois plus grand ($1000 \times 10 = 10000$) ; ce qui a dû nécessairement donner un produit dix mille fois trop grand ; pour le rendre dix mille fois plus petit ou tel qu'il doit être, il a fallu le diviser par 10000 ou séparer à sa droite quatre chiffres décimaux (62).

66. Si le produit de deux nombres décimaux ne se compose pas d'un nombre de chiffres suffisants pour qu'on puisse séparer sur sa droite autant de chiffres décimaux qu'il y en a dans les deux facteurs, on remplacera les chiffres qui manquent par autant de zéros qu'on écrira à la gauche du produit obtenu.

Soit proposé de multiplier	0,054
par . .	0,007
Le produit sera . .	0,000378

En multipliant 54 par 7, on obtient pour produit 378 ; mais comme il y a trois chiffres décimaux dans le multiplicande et autant dans le multiplicateur, on doit séparer six chiffres à la droite du produit, ce qui ne peut se faire qu'en écrivant trois zéros à sa gauche.

67. Si l'on a plusieurs nombres décimaux à multiplier l'un par l'autre, on fera d'abord le produit des deux premiers; on multipliera le produit résultant par le troisième et ainsi de suite, et l'on séparera à la droite du dernier produit autant de chiffres décimaux qu'il y en a dans tous les facteurs.

Soit à multiplier les quatre nombres décimaux 92,05... 8,7... 0,07... 0,009 l'un par l'autre :

```
      9205
        87
    ------
     64435
    73640
    ------
    800835
         7
  --------
   5605845
         9
  ---------
 0,50452605
```

On voit que pour être plus expéditif, on a multiplié les nombres décimaux l'un par l'autre en les considérant comme des nombres entiers, et qu'on a séparé à la droite du dernier produit huit chiffres, parce qu'il y a huit chiffres décimaux dans les quatre facteurs.

Division des nombres décimaux.

68. On distingue deux cas dans la division des nombres décimaux :

1er Cas. *Si le dividende et le diviseur contiennent un même nombre de chiffres décimaux, il faut supprimer la virgule dans les deux termes et les diviser l'un par l'autre comme s'ils étaient des nombres entiers; le quotient obtenu sera le quotient cherché et il n'y aura rien à y changer.*

Soit à diviser 363,15 par 8,07 :

Les deux termes ayant chacun deux chiffres décimaux, on supprimera la virgule; la division sera ramenée à la division de 36315 par 807 et l'on aura :

36315 Dividende multiplié par 100	807 Divis. multiplié par 100.
3228	45 Quotient réel.
4035	
4035	
0	

Le quotient n'a pas changé de valeur. En effet, en supprimant la virgule au dividende qui contient deux chiffres décimaux, on le rend cent fois plus fort et, par conséquent, le quotient devient cent fois plus grand; en supprimant la virgule au diviseur qui contient également deux chiffres décimaux, on le rend cent fois plus fort et le quotient devient cent fois plus petit; par conséquent, le quotient ne change pas de valeur.

2.° Cas. *Lorsque le dividende et le diviseur ne renferment pas le même nombre de chiffres décimaux, on rend le nombre des chiffres décimaux égal de part et d'autre en plaçant à la droite de celui des deux termes qui en a le moins un nombre de zéros suffisants, et l'on opère comme dans le premier cas.*

Soit à diviser 4,86 par 0,00243 :

En écrivant trois zéros à la droite du dividende, il devient 4,86000 = 4,86 et, en supprimant la virgule aux deux termes, la division de 4,86000 par 0,00243 sera ramenée à la division de 486000 par 243 et l'on aura :

486000 divid. multiplié par 100000	243 divis. multiplié par 100000
486	2000
0	

Le quotient 2000 est le véritable quotient, car on a vu que le quotient de deux quantités ne change pas quand on les multiplie par le même nombre (37).

Soit proposé encore de diviser 0,3375 par 4,5 :

Ces deux nombres multipliés par dix mille deviennent 3375 et 45000 qui, divisés l'un par l'autre,

```
3375oo | 45ooo
3150   | 0,075
------
 2250
 2250
------
    0
```

donnent pour quotient 0,075.

Ce cas de la division des nombres décimaux embarrassant souvent les élèves, il paraît nécessaire d'expliquer les modifications qu'ont subies les deux termes de l'exemple qui précède.

D'abord, le dividende 3375 ne contenant pas le diviseur 45000, il n'y aura pas d'unités au quotient, je mets un 0 et une virgule pour en tenir lieu.

Pour continuer l'opération, j'ajoute un zéro au dividende qui devient 33750; ce dividende ne contenant pas non plus le diviseur, il n'y aura pas de dixièmes au quotient, je mets un zéro à la suite de la virgule.

Je continue l'opération en ajoutant un second zéro au dividende qui, devenant 337500, contient le diviseur 45000; je pourrais donc diviser 337500 par 45000; mais, pour simplifier, je retranche deux zéros de part et d'autre, ce qui ne change pas la valeur du quotient, et je divise 3375 par 450, etc.

69. Quand le diviseur est entier, on peut se dispenser de suivre la dernière règle; on effectue de suite l'opération, comme si le dividende était un nombre entier, et l'on sépare sur la droite du quotient trouvé autant de chiffres décimaux que le dividende en contient.

Soit à diviser le nombre décimal 85,68 par l'entier 18 :

```
85,68 | 18
72    | 4,76
-----
 136
 126
-----
  108
  108
-----
    0
```

Il est évident qu'en ne tenant pas compte de la virgule qui se trouvait au dividende, on l'a rendu cent fois plus grand; le quotient 467 étant cent fois trop grand, on l'a rendu cent fois plus petit, ou tel qu'il doit être, en séparant deux chiffres à sa droite.

Les preuves de l'addition, de la soustraction, de la multiplication et de la division des nombres décimaux se font absolument comme celles des mêmes opérations sur les nombres entiers.

Réduction des fractions ordinaires en fractions décimales.

70. Réduire en décimales une fraction ordinaire, c'est exprimer en décimales le quotient des deux termes de cette fraction.

Pour réduire une fraction ordinaire en fraction décimale, on met un zéro à la droite du numérateur pour le convertir en dixièmes; on divise ce nombre de dixièmes par le dénominateur et l'on obtient des dixièmes au quotient; à droite du reste de cette division, on met un zéro pour le convertir en centièmes et ainsi de suite.

On trouvera, d'après cela, que la fraction ordinaire $\frac{7}{8}$,

Numérateur converti en dixièmes	70	8
	64	0,875
1.er Reste converti en centièmes.	60	
	56	
2.e Reste converti en millièmes. .	40	
	40	
	0	

Équivaut à la fraction décimale 0,875.

On doit observer, en effet, que les 7 unités dont se compose le numérateur valent 70 dixièmes; en les divisant par le dénomiteur 8, on obtient pour quotient 8 dixièmes et pour reste 6 dixièmes; ces 6 dixièmes valent 60 centièmes qui, divisés par 8, donnent pour quotient 7 centièmes et pour reste 4 centièmes;

ces 4 centièmes valent 40 millièmes qui, divisés par 8, donnent pour quotient 5 millièmes et pour reste 0.

La réduction des fractions ordinaires en décimales sert à compléter par des décimales le quotient d'une division de nombres entiers, qui n'a pu se faire exactement. Il suffit, pour cela, de mettre une virgule à la droite du chiffre des unités du quotient, de convertir le reste de la division en dixièmes, le reste suivant en centièmes et ainsi de suite.

On trouvera, en appliquant ce qui précède, que le quotient du nombre entier 4825 divisé par 125,

	4825	125
	375	38,6
	1075	
	1000	
Reste de la division converti en dixièmes	750	
	750	
	0	

est 38,6.

71. *Lorsque le quotient n'est pas limité, on doit arriver nécessairement à une fraction périodique.* Quand on réduit une fraction ordinaire en fraction décimale, on n'arrive pas toujours à avoir zéro pour reste; on peut retomber sur un reste déjà obtenu; en sorte qu'en continuant l'opération, on obtient au quotient une série illimitée de chiffres qui se reproduisent sans cesse dans le même ordre, sans que l'opération puisse se terminer. Ce quotient qui n'est pas limité forme une *fraction décimale périodique,* et la série de chiffres qui se reproduit indéfiniment se nomme *période.*

Une fraction périodique peut être *simple* ou *mixte:* elle est simple, quand la période commence immédiatement après la virgule; elle est mixte, quand la période commence un, deux ou plusieurs chiffres après la virgule.

On trouvera, d'après cela, que la fraction ordinaire $\frac{8}{11}$ convertie en fraction décimale,

$$\begin{array}{r|l} 80 & 11 \\ \cline{2-2} 77 & 0{,}72.72.... \\ \hline 30 & \\ 22 & \\ \hline 80 & \\ 77 & \\ \hline 30 & \end{array}$$

donne lieu et équivaut à la fraction décimale périodique simple 0,72.72.... (*La période 72 commençant immédiatement après la virgule*).

On trouvera également que la fraction ordinaire $\frac{19}{22}$ convertie en fraction décimale,

$$\begin{array}{r|l} 190 & 22 \\ \cline{2-2} 176 & 0{,}8.63.63.... \\ \hline 140 & \\ 132 & \\ \hline 80 & \\ 66 & \\ \hline 140 & \end{array}$$

donne lieu et équivaut à la fraction décimale périodique mixte 0,8.63.63... (*La période 63 ne commençant qu'au deuxième chiffre après la virgule*).

Des approximations.

72. *Trouver le quotient d'une division à $\frac{1}{10}$ à $\frac{1}{100}$ près.* Quand une fraction ordinaire, réduite en fraction décimale, ne donne pas lieu à un quotient exact, on pourra toujours prendre telle approximation qu'on voudra; ainsi, pour avoir la valeur de la fraction ordinaire donnée à moins d'un dixième près, on s'ar-

rêtera au premier chiffre décimal; pour l'avoir à moins d'un centième près, on ira jusqu'aux centièmes ou jusqu'au deuxième chiffre décimal et ainsi de suite pour l'approximation à moins d'un millième, d'un dix-millième, etc.

Il est facile, d'après cela, d'obtenir le quotient d'une division à un degré d'approximation donné.

Soit, par exemple, *à partager 428 francs entre 26 soldats, à la condition que la part de chacun d'eux soit égale à moins d'un centième près.* On divisera 428 par 26, et l'on continuera l'opération jusqu'à ce qu'on obtienne des centièmes au quotient.

```
428   | 26
168   |16,46
 120
  160
    4
```

La part de chaque soldat sera 16 fr. 46 c. L'erreur n'est pas d'un centième, puisqu'il ne reste que 4 centièmes ou 4 centimes à partager entre 26.

8e, 9e et 10e Leçons. Système métrique.

ÉNONCÉ DES DIFFÉRENTES UNITÉS EN USAGE POUR LES MESURES DE LONGUEUR, DE SUPERFICIE, DE VOLUME, DE CAPACITÉ, DE POIDS. — NOMENCLATURE UNIFORME DES MULTIPLES ET DES SOUS-MULTIPLES DE CES DIVERSES UNITÉS. — MESURES DE LONGUEUR. — MÈTRE. — TROUVER LA VALEUR DU MÈTRE EN PIEDS, POUCES, LIGNES, SACHANT QUE 5,130,740 TOISES VALENT 10,000,000 DE MÈTRES. — INVERSÉMENT TROUVER LA VALEUR DE LA TOISE EN MÈTRES.—CONVERSION DES ANCIENNES MESURES EN NOUVELLES. — MESURES ITINÉRAIRES. — COMPARAISON DE LA LIEUE ET DU KILOMÈTRE.

MESURES DE SUPERFICIE — ARE. — FAIRE VOIR QUE L'HECTARE VAUT UN HECTOMÈTRE CARRÉ, ET LE CENTIARE UN MÈTRE CARRÉ.

MESURES DE VOLUME. — MÈTRE CUBE ET STÈRE.

MESURES DE CAPACITÉ. — LITRE. — UN MÈTRE CUBE VAUT 1000 LITRES.

MESURES ADOPTÉES POUR LES POIDS. — GRAMME. — LEUR RAPPORT AVEC LES ANCIENS POIDS. — POIDS D'UN LITRE D'EAU ET D'UN MÈTRE CUBE D'EAU. — LE QUINTAL PÈSE 100 KIL. — LA TONNE OU TONNEAU 1000 KIL. — LE CHEVAL VAPEUR EST LA FORCE NÉCESSAIRE POUR ENLEVER A 1,m ET EN 1″ UN POIDS DE 75 KIL.

CHANGEMENTS D'UNITÉS DANS LES MESURES MÉTRIQUES.

MONNAIES.—ALLIAGES.—TITRE DES MONNAIES D'OR ET D'ARGENT. — LEUR RAPPORT EN POIDS AVEC LE GRAMME. — DIFFÉRENCE ENTRE LE FRANC ET L'ANCIENNE LIVRE.

MESURES DU TEMPS. — POURQUOI NE SONT-ELLES PAS DÉCIMALES ?

Du système métrique.

73. On a donné le nom de *système métrique* à un système de mesures dérivant toutes d'une unité principale, qui peut se vérifier dans tous les temps et dans tous les pays et qu'on appelle *le mètre*.

Le système métrique est aussi appelé *système légal*, parce qu'il est le seul adopté par la loi.

74. *Énoncé des différentes unités en usage pour les mesures de longueur, de superficie, de volume, de capacité, de poids, etc.* Les différentes unités en usage sont : *le mètre*, unité principale des mesures de longueur ; *le mètre carré*, unité principale des mesures de superficie ; *le mètre cube*, unité principale des mesures de volume ; *le litre*, unité principale des mesures de capacité ; *le gramme*, unité principale des mesures de poids ; et *le franc*, unité principale monétaire.

En traitant ci-après du mètre et de chacune des autres unités principales de différentes natures, on fera voir facilement comment ces dernières dépendent et dérivent toutes de l'unité principale de longueur ; mais il importe d'exposer, avant tout, la nomenclature uniforme des multiples et des sous-multiples de ces diverses unités.

75 *Nomenclature uniforme des multiples et des sous-multiples des diverses unités métriques.* Les unités plus grandes ou plus petites que l'unité principale se forment d'après la loi décimale, c'est-à-dire qu'elles sont de dix en dix fois plus grandes ou plus petites que l'unité principale ; mais chacune d'elles, au lieu d'être désignée par un nom particulier, est désignée par un nom composé du mot de l'unité principale et d'un autre mot, précédant le premier, et indiquant combien de fois l'unité dont il s'agit est plus grande ou plus petite que sa principale.

On est convenu d'employer, pour les unités plus grandes que l'unité principale, les mots suivants tirés du grec :

Déca, hecto, kilo, myria,

qui signifient :

Dix, cent, mille, dix mille;

et, pour les unités plus petites que l'unité principale, les mots suivants tirés du latin : . . . . . .

Déci, centi, milli, dix-milli,

qui signifient :

Dixième, centième, millième, dix-millième.

Ainsi, le mètre étant une unité principale, les mots *décamètre, hectomètre*, indiquent des unités de même nature, mais dix,

cent fois plus grandes ; les mots *décimètre*, *centimètre*, rappelleront des unités dix, cent fois plus petites ; le gramme étant également une unité principale, les mots *décagramme*, *hectogramme*, *kilogramme*, indiqueront des unités de même nature que le gramme, mais dix, cent, mille fois plus grandes, etc.

Mesures de longueur.

76. Le *mètre*, qui est la base du système métrique, est aussi l'unité principale pour la mesure des longueurs ; il se désigne dans les calculs par la lettre *M* ou *m*.

Le mètre est la dix-millionième partie du quart du méridien terrestre, ou de la distance de l'un des pôles de la terre à l'équateur.

77. *Trouver la valeur du mètre en pieds, pouces, lignes, sachant que 5130740 toises valent 10000000 de mètres.* La distance du pôle à l'équateur comprenant 5130740 toises, en divisant ce nombre par 10000000, on trouvera pour la valeur du mètre :

$$\frac{5130740}{10000000} = 0,^{t}5130740 = 3,^{pi}0,^{po}11^{li}\frac{296}{1000}.$$

Pour obtenir ce dernier résultat, il faut convertir les dix-millionièmes de toise en pieds et dix-millionièmes de pied, en multipliant la partie décimale par 6, nombre de pieds contenus dans la toise et l'on a :

$$\begin{array}{l} 0,^{t}5130740 \\ \quad 6 \\ \hline 3,^{pi}0784440 \\ \quad 12 \\ \hline \quad 1568880 \\ \quad 784440 \\ \hline 0,^{po}9413280 \\ \quad 12 \\ \hline \quad 18826560 \\ \quad 9413280 \\ \hline 11,^{lig}2959360 \end{array}$$

En multipliant les dix-millionièmes de pied par 12, nombre de pouces contenus dans le pied, on obtient des pouces et des dix-millionièmes de pouce . . . . . .

En multipliant les dix-millionièmes de pouce par 12, nombre de lignes contenues dans un pouce, on obtient des lignes et des millionièmes de ligne .

Ce qui donne, ainsi qu'on l'a dit précédemment, pour la valeur du mètre $0,^{t}3,^{pi}0,^{po}11^{li}\frac{296}{1000}$ de ligne à $\frac{1}{10000}$ de ligne près.

Ce n'est pas sans raison qu'on a divisé par 10000000 la distance en toises du pôle à l'équateur; en effet, si l'on avait pris pour diviseur 1000000, on aurait eu une mesure 10 fois plus grande et, par conséquent, difficile à transporter; si l'on avait pris au contraire pour diviseur le nombre 100000000, on aurait eu une mesure dix fois plus petite et, par conséquent, très-incommode; tandis qu'en prenant pour diviseur 10000000, on a une mesure un peu plus grande que trois pieds, pouvant servir d'appui et de défense à l'homme et, par cela même, plutôt utile qu'embarrassante.

Inversément trouver la valeur de la toise en mètres. Réciproquement, pour avoir la valeur de la toise en mètres, il faudra faire l'opération inverse, ou diviser 10000000 par 5130740 et l'on trouvera pour la valeur de la toise. . $\frac{10000000}{5130740} = 1^{m},949$.

En divisant $1^{m},949$ par 6, on obtiendra pour la valeur du pied. . . . . $\frac{1,^{m}949}{6} = 0,^{m}3248$ etc.

En divisant $0^{m},3248$ etc. par 12, on obtiendra pour la valeur du pouce . . . $\frac{0,^{m}3248\text{etc.}}{12} = 0,^{m}02707$ etc.

Et en divisant $0,^{m}02707$ etc. par 12, on obtiendra pour la valeur de la ligne . . $\frac{0,^{m}02707\text{etc.}}{12} = 0,^{m}00225$ etc.

78. Maintenant qu'on a fait connaître l'origine du mètre, sa valeur en toise et réciproquement, on va présenter dans le tableau ci-après les multiples et les sous-multiples du mètre, en indiquant la valeur de chacun d'eux, relativement au mètre :

Myriamètre. . .	*10 kilomètres. . .*	*10000 mètres.*
Kilomètre. . . .	*10 hectomètres . .*	*1000 mètres.*
Hectomètre. . .	*10 décamètres . .*	*100 mètres.*
Décamètre		*10 mètres.*
Mètre	*Unité principale de mesure de longueur.*	
Décimètre		$\frac{1}{10}$ *du mètre.*
Centimètre . . .	$\frac{1}{10}$ *du décimètre. .*	$\frac{1}{100}$ *du mètre.*
Millimètre . . .	$\frac{1}{10}$ *du centim. . .*	$\frac{1}{1000}$ *du mètre.*

Le mètre, le centimètre et le millimètre servent à mesurer les

petites longueurs. Le mètre est approximativement représenté dans la nature par la longueur d'une canne ordinaire, le décimètre par la largeur de la main, le centimètre par la largeur de l'ongle du doigt auriculaire.

Le décamètre sert à mesurer les dimensions des terrains ; il est représenté par la chaîne des arpenteurs qui est ordinairement divisée en mètres et doubles décimètres.

L'hectomètre est peu usité.

Mesures itinéraires. Le kilomètre et le myriamètre servent à estimer les longueurs des chemins et sont, par conséquent, les mesures itinéraires actuellement en usage.

Sur plusieurs routes de France, les kilomètres sont indiqués par des bornes principales ; des bornes plus petites indiquent les hectomètres.

Un homme qui marche d'un pas réglé et sans se presser peut parcourir environ :

Un hectomètre en 1 minute ;

Un kilomètre en 10 minutes ;

Un myriamètre en 100 minutes ou 1 heure 40 minutes.

Trois pas ordinaires font à peu près deux mètres.

Anciennes mesures de longueur.

79. Avant l'adoption du système métrique, les longueurs s'évaluaient en *toises*, *pieds*, *pouces*, *lignes*, *points*. *La lieue* et *le mille* servaient à évaluer les grandes distances.

La toise valait 6 pieds, le pied 12 pouces, le pouce 12 lignes et la ligne 12 points.

La lieue de poste valait 2000 toises ou 2 milles.

Nous venons de voir que :

$$1 \text{ toise} = \frac{10000000}{513074} = 1,^{m}949.$$

$$1 \text{ pied} = \frac{1,^{m}949}{6} = 0,^{m}3248 \text{ etc.}$$

$$1 \text{ pouce} = \frac{0,^{m}3248 \text{etc.}}{12} = 0,^{m}02707 \text{ etc.}$$

$$1 \text{ ligne} = \frac{0,^{m}02707 \text{etc.}}{12} = 0,^{m}00225 \text{ etc.}$$

Comparaison de la lieue et du kilomètre. Le méridien étant divisé en 360 parties appelées degrés, le quart du méridien en contient 90 de 25 lieues chacun; il est donc de 90×25 ou de 2250 lieues. Le quart du méridien contenant 10000000 de mètres, on trouvera pour la valeur de la lieue en mètres ou en kilomètres :

$$\frac{10000000}{2250} = 4444,^{m}44 \text{ ou } 4,^{kil}444.$$

80. *Conversion des anciennes mesures en nouvelles.* Quand on connaît la valeur d'une unité ancienne en mesures nouvelles, il est facile de convertir un nombre quelconque d'unités anciennes en unités nouvelles; cela se réduit à multiplier ce nombre par la valeur de l'unité ancienne en unités nouvelles.

1er Exemple. *Soit à convertir 90 toises en mètres :*

La toise valant $1,^{m}949$, les 90 toises valent 90 fois $1,^{m}949$ ou $90 \times 1,949 = 175,^{m}410$.

2e Exemple. *Soit à convertir 3 toises, 2 pieds en mètres :*

3 toises 2 pieds font 20 pieds et le pied valant $0,^{m}3248$ etc., les 20 pieds valent 20 fois plus ou $20 \times 0,3248$ etc. $= 6,^{m}4960$ etc.

3e Exemple. *Soit à convertir* 80 *lieues terrestres en kilomètres.*

La lieue valant $4,^{k}444$, les 80 lieues valent 80 fois plus ou $80 \times 4,^{k}444 = 355,^{k}520$.

Mesures de superficie ou de surface.

81. On appelle *mesures de superficie*, celles dont on se sert pour évaluer l'étendue, considérée sous les deux dimensions, longueur et largeur.

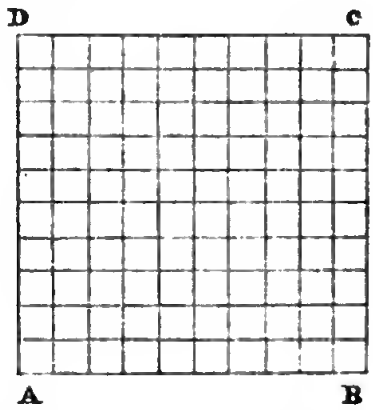
L'unité des mesures de superficie est le *mètre carré;* il se désigne dans les calculs par *m.q.* C'est un carré ayant un mètre de longueur sur un mètre de largeur, c'est-à-dire un mètre de côté. *(On appelle côté du carré la longueur commune aux deux dimensions d'un carré).*

82. Voici quels sont les multiples et les sous-multiples du

mètre carré, et la valeur de chacun d'eux par rapport à cette unité de mesure principale :

Myriamètre carré . . .	*100 Kilom. q.* . . .	*100000000 m. q.*
Kilomètre carré	*100 Hectom. q.* . .	*1000000 m. q.*
Hectomètre carré . . .	*100 Décam. q.* . .	*10000 m. q.*
Décamètre carré		*100 m. q.*
Mètre carré	*Unité de mesure de superficie.*	
Décimètre carré.		$\frac{1}{100}$ *du m. q.*
Centimètre carré. . . .	$\frac{1}{100}$ *du décim. q.* . .	$\frac{1}{10000}$ *du m. q.*
Millimètre carré	$\frac{1}{100}$ *du centim. q.* . .	$\frac{1}{1000000}$ *du m. q.*

Pour démontrer que le mètre carré vaut 100 décimètres carrés, on fait un carré ABCD, de telle sorte que les côtés AB, BC, aient chacun un mètre de longueur.



On divise ces côtés en dix parties égales ou en décimètres et, par chacun des points de division du côté AB, on mène une ligne parallèle au côté BC ; la surface totale du carré ABCD sera partagée en dix bandes ou rectangles, ayant un décimètre de largeur et dix décimètres de longueur. Ensuite, on mène, par chacun des points de division du côté BC, une ligne parallèle au côté AB ; ces parallèles partageront nécessairement chacune des dix bandes en dix petits carrés, ayant chacun un décimètre de côté. On voit donc que le mètre carré contient dix fois dix ou cent décimètres carrés.

On démontrerait de la même manière que le décimètre carré vaut cent centimètres carrés, que le centimètre carré vaut cent millimètres carrés et ainsi de suite.

83. Il résulte de là que quand un nombre décimal représente des mètres carrés et des parties décimales du mètre carré, si l'on partage les décimales du nombre en tranches de deux chiffres, chacune à partir de la virgule, la première tranche à droite qui représente des centièmes de l'unité simple, représentera des centièmes du mètre carré ou des décimètres carrés; que la seconde tranche qui représente des centièmes de centièmes ou des dix-millièmes de l'unité simple, représentera des centièmes du décimètre carré ou des centimètres carrés et ainsi de suite. Par conséquent, quand les chiffres décimaux ne sont pas en nombre pair, on ajoute un zéro à la droite de la partie décimale. Ainsi, le nombre 12,^mq057 s'écrira *12,^mq05.70*, et s'énoncera *12 mètres carrés, 5 décimètres carrés, 70 centimètres carrés.*

84. Le mètre carré est d'un usage fréquent; il sert à évaluer toutes les surfaces relatives aux travaux de menuiserie, maçonnerie, peinture, etc. Le décimètre carré, le centimètre carré, le millimètre carré, servent à évaluer les parties du mètre carré. Ces mesures sont appelées *mesures de superficie proprement dites.*

L'hectomètre carré, le kilomètre carré et le myriamètre carré servent à déterminer l'étendue d'un état, d'un département, d'un canton. On les appelle *mesures topographiques.*

Le décamètre carré sert à évaluer la superficie des propriétés foncières, comme celle des champs, des prés, des vignes, des bois, des forêts, etc. On appelle encore le décamètre carré, *are.*

Mesures agraires.

85. *Are.* L'are est l'unité des mesures agraires; c'est un décamètre carré, c'est-à-dire un carré dont chaque côté a dix mètres de longueur et qui vaut, par conséquent, cent mètres carrés.

86. Voici quels sont les multiples et les sous-multiples de l'are, et la valeur de chacun d'eux relativement au mètre carré :

Hectare	*100 ares*	*10000 m. q.*
Décare (non usité).	*10 ares*	*1000 m. q.*
Are	*Unité de mesure principale*	*100 m. q.*
Déciare (non usité).	$\frac{1}{10}$ *de l'are.*	*10 m. q.*
Centiare	$\frac{1}{100}$ *de l'are*	*1 m. q*

On voit, par le tableau qui précède, que l'hectare valant $10000^{mq} = 100 \times 100$, que l'are valant $100^{mq} = 10 \times 10$, que le centiare valant $1^{mq} = 1 \times 1$. sont des carrés parfaits; aussi sont-ils seuls usités. Au contraire, le décare valant 1000 m. q., et le déciare, 10 m. q., ne représentent pas des carrés parfaits; ces mesures ne sont pas usitées; elles n'ont été données ici que pour ordre.

Faire voir que l'hectare est un hectomètre carré et le centiare un mètre carré. Il est évident, d'après cela, que l'hectare représentant un carré qui a cent mètres de côté, est un hectomètre carré, et que le centiare représentant un carré n'ayant qu'un mètre de côté, n'est autre chose que le mètre carré.

87. Quand un nombre décimal représente des hectares, des divisions et subdivisions de l'hectare, en partageant, comme on l'a fait pour les quantités plus petites que le mètre carré, la partie décimale en tranches de deux chiffres, à partir de la virgule, la première tranche à droite représente des ares, et la deuxième, des centiares. Ainsi, le nombre $45,^{hectar}476$ s'écrira *$45,^{hectar}47.60$*, et s'énoncera *45 hectares, 47 ares, 60 centiares.* On a ajouté un zéro à la partie décimale, ce qui n'en a pas changé la valeur (61).

Anciennes mesures de superficie.

88. Les surfaces de peu d'étendue se mesuraient avec des *toises carrées, des pieds et des pouces carrés,* etc.

La toise carrée valait 36 pieds carrés; le pied carré, 144 pouces carrés; le pouce carré, 144 lignes carrées, etc.

Les surfaces des terrains s'évaluaient en *arpents* et en *perches.*

La perche de Paris était un carré dont chaque côté avait 18 pieds, ce qui faisait 324 pieds carrés de surface; l'arpent valait 100 perches.

89. Connaissant la valeur de la toise en mètres, on en déduira celle de la toise carrée en mètres carrés, en formant le carré du nombre $1,^{m}949$ etc., et l'on aura :

$$1^{tq} = 1,^{m}949 \text{ etc.} \times 1,^{m}949 \text{ etc.} = 3,^{mq}7987 \text{ etc.}$$

On obtiendra la valeur du pied carré, du pouce carré, etc., en mètres carrés, en divisant $3,^{mq}7987$ etc., par 36; le quotient exprimera la valeur du pied carré; ce quotient, divisé par 144, exprimera celle du pouce carré, etc.

En se conformant à ce qui a été dit (80) pour la conversion des anciennes mesures de longueur en nouvelles, il sera facile de convertir un nombre quelconque de toises carrées, pieds, pouces, etc., carrés, en mètres carrés.

Exemple. *Soit à réduire 4 toises carrées en mètres carrés :*

La toise carrée valant $3,^{mq}7987$ etc., 4 toises vaudront 4 fois plus, ou $4 \times 3,^{mq}7987 = 15,^{mq}1948$.

Mesures de volume ou de solidité.

90. On appelle mesures de *volume* ou de *solidité,* celles dont on se sert pour mesurer l'étendue, considérée sous les trois dimensions, longueur, largeur et hauteur.

Mètre cube. L'unité principale des mesures de volume est *le mètre cube,* qu'on désigne dans les calculs par *m. c.*

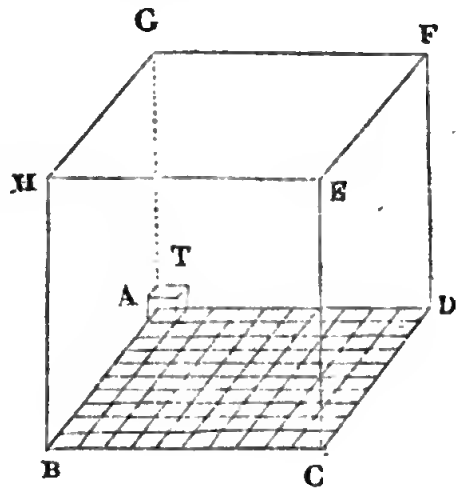
Un cube est un solide ou corps compris sous six carrés égaux, comme un dé à jouer. Par conséquent, le mètre cube est un cube dont les six faces sont des mètres carrés, ou dont les arêtes, toutes égales entre elles, ont chacune un mètre de longueur ou de côté. La longueur commune à toutes les arêtes du cube, est ce qu'on appelle *son côté,* et comme elle suffit pour le déterminer, le mètre cube est un cube qui a un mètre de côté.

91. Pour désigner les quantités plus grandes que le mètre cube, on se sert des nombres ordinaires, et l'on dit dix mètres cubes, cent mètres cubes, mille mètres cubes, et non un décamètre cube, un hectomètre cube, expressions qui d'ailleurs

n'auraient pas la même signification que les premières; on va donc se borner à indiquer quels sont les sous-multiples du mètre cube, en faisant connaître la valeur respective de chacun d'eux :

Mètre cube . . . . *Unité de mesure volume.*
Décimètre cube . . . . . $\frac{1}{1000}$ *du m. c.*
Centimètre cube . $\frac{1}{1000}$ *du décim. c.* . $\frac{1}{1000000}$ *du m. c.*

Pour comprendre que les divisions et subdivisions du mètre cube sont de mille en mille fois plus petites, on fait le cube ABCD EFGH qu'on suppose représenter un mètre cube.



On partage sa base ABCD en cent décimètres carrés; sur chacun de ces décimètres, on construit un petit cube, tel que T, ayant un décimètre de côté, et l'on a une première tranche contenant 100 décimètres cubes; or, comme la hauteur du cube est égale à un mètre, et contient dix fois la hauteur de cette tranche, on pourra faire dans le mètre cube dix tranches pareilles de cent décimètres cubes chacune; par conséquent, le mètre cube comprend 10 fois 100 ou 1000 décimètres cubes.

On démontrerait de la même manière que le décimètre cube vaut mille centimètres cubes, etc.

92. Il est évident, d'après cela, que si un nombre représente

des mètres cubes et parties décimales du mètre cube, et qu'on partage la partie décimale de ce nombre en tranches de trois chiffres, chacune à partir de la virgule, la première tranche, qui représente des millièmes de l'unité simple, représentera des millièmes du mètre cube ou des décimètres cubes; que la seconde tranche représentera des centimètres cubes, etc. Par conséquent, un solide exprimé en mètres cubes et parties décimales du mètre cube par *25mc,7456*, s'écrira *25mc,745.600*, et s'énoncera *25 mètres cubes, 745 décimètres cubes, 600 centimètres cubes.* On a ajouté deux zéros à la partie décimale, ce qui n'en a pas changé la valeur (61).

93. Le mètre cube sert à évaluer les travaux de maçonnerie, de terrassement, les bois de construction, les blocs de pierre et de marbre, les pierres qui servent à ferrer les routes, les moellons, le sable, le gravier, etc. Le décimètre cube, le centimètre cube et le millimètre cube servent à évaluer les parties du mètre cube.

94. *Stère.* Le mètre cube prend le nom de *stère,* lorsqu'il sert à mesurer le bois de chauffage.

Le seul multiple du stère en usage est le *décastère,* qui vaut dix stères, ou dix mètres cubes; son seul sous-multiple usité est le *décistère,* qui est la dixième partie du stère, ou du même cube; or, comme le mètre cube vaut 1000 décimètres cubes, il est évident que le décistère, qui en est la dixième partie, vaudra 10 fois moins ou 100 décimètres cubes.

On se sert encore du double stère, mesure de deux stères, et du demi-décastère, mesure de cinq stères.

Anciennes mesures de volume.

95. Les volumes s'évaluaient en *toises cubes, pieds cubes, pouces cubes, etc.*

La toise cube valait 216 pieds cubes, le pied cube 1728 pouces cubes, et le pouce cube 1728 lignes cubes, etc.

Les bois de construction s'évaluaient en *solives;* la toise cube en contenait 72.

Pour mesurer le bois à brûler, on faisait usage à Paris de la *corde* et de la *voie.* La voie valait 56 pieds cubes; la corde valait deux voies.

96. Pour trouver les rapports des anciennes mesures de volume en nouvelles, on suivra la même marche que pour les mesures de superficie; seulement, au lieu de former des carrés, on formera des cubes.

Ainsi, une toise valant $1^{m},949$ etc., on aura pour la valeur de la toise cube en mètres cubes·

$$1^{tc} = 1^{m},949 \text{ etc.} \times 1^{m},949 \text{ etc.} \times 1^{m},949 \text{ etc.} = 7^{mc},40389 \text{ etc.}$$

On en déduira la valeur du pied cube, du pouce cube, etc., en mètres cubes, en divisant $7^{mc},40389$ etc., par 216, le quotient par 1728, etc., et l'on aura :

$$^{tc} = 1,949 \text{ etc.} \times 1,949 \text{ etc.} \times 1,949 \text{ etc.} = 7,^{mc}40389 \text{ etc.}$$

$$1^{pic} = \frac{7,^{mc}40389 \text{ etc.}}{216} = 0,^{mc}03427 \text{ etc}$$

$$1^{poc} = \frac{0,^{mc}03427 \text{ etc.}}{1728} = 0,^{mc}00001983 \text{ etc.}$$

Il est facile maintenant de convertir un nombre quelconque de toises cubes, pieds cubes, etc., en mètres cubes.

Exemple. *Combien 2 toises cubes, 68 pieds cubes, font-ils de mètres cubes?*

Une toise cube valant 216 pieds cubes, 2 toises cubes valent $2 \times 216 = 432$ pieds cubes qui, ajoutés à 68 pieds cubes, font 500 pieds cubes; le pied cube valant $0^{mc},03427$ etc., les 500 pieds cubes vaudront 500 fois $0^{mc},03427$ etc., ou $500 \times 0^{mc},03427$ etc $= 17^{mc},135$ etc.

Mesures de contenance ou de capacité.

97. Les mesures de capacité sont celles qui servent à mesurer les liquides, comme l'eau, le vin, le cidre, la bierre, l'eau-de-vie, etc., et les matières sèches, comme le froment, le seigle, l'orge, l'avoine, etc.

Litre. L'unité principale des mesures de capacité est le *litre.* Cette mesure équivaut à un décimètre cube; on la désigne dans les calculs par *L ou l.*

Comme la forme cubique ne serait pas commode pour les usages du commerce, on donne ordinairement au litre la forme d'un cylindre; mais sa contenance reste la même.

98. Le tableau ci-après représente les multiples et les sous-multiples du litre, et la valeur de chacun d'eux par rapport au mètre cube et à ses divisions :

Myrialitre . .	*10000 litres*		*10 m. c.*
Kilolitre . . .	*1000 litres* . .	*1000 décim. c. ou*	*1 m. c.*
Hectolitre . .	*100 litres* . .	*100 décim. c.*	
Décalitre . . .	*10 litres* . .	*10 décim. c.*	
Litre, unité de mesure de capacité, 1 décim. c. ou 1000 centim. c.			
Décilitre. . . .	$\frac{1}{10}$ *du litre.*		*100 centim. c.*
Centilitre. . .	$\frac{1}{100}$ *du litre.*		*10 centim. c.*
Millilitre . . .	$\frac{1}{1000}$ *du litre.*		*1 centim. c.*

Un mètre cube vaut 1000 litres. Le décimètre cube représentant la contenance d'un litre, il est évident que 1000 décimètres cubes, ou un mètre cube, représentera la contenance de mille litres ou d'un kilolitre.

— Toutes les expressions indiquées dans le tableau qui précède, celles du myrialitre et du millilitre exceptées, sont usitées.

Pour le commerce en gros des vins et de plusieurs autres liquides, on emploie l'hectolitre et le litre; pour le commerce en détail, le litre, le décilitre et le centilitre.

Pour le commerce en gros des grains et des légumes secs, on emploie l'hectolitre et le décalitre, et pour le commerce de détail, le litre et le décilitre.

99. Les mesures pour les liquides peuvent être établies en étain, en cuivre, ou en fer-blanc. Les mesures en étain sont les plus usitées; ce sont des cylindres creux dont la profondeur est le double du diamètre; elles sont au nombre de huit et indiquées dans le tableau suivant :

Mesures en étain avec l'indication des dimensions et des poids de chacune, d'après les instructions ministérielles du 19 décembre 1839.

	Profondeur.	Diamètre.	Poids avec anses.
Double litre . . .	216 millim. 7 dix.	108 millim. 4 dix.	1700 grammes
Litre	172 — 0 —	86 — 0 —	1100 —
Demi-litre.	136 — 6 —	68 — 3 —	650 —
Double décilitre .	100 — 6 —	50 — 3 —	335 —
Décilitre	79 — 9 —	39 — 9 —	180 —
Demi-décilitre . .	63 — 4 —	31 — 7 —	110 —
Double-centilitre.	46 — 7 —	23 — 4 —	60 —
Centilitre. . . .	37 — 1 —	18 — 5 —	35 —

100. Les mesures pour les matières sèches doivent être construites en bois de chêne; leur forme est cylindrique, et elles ont le diamètre égal à la profondeur.

Ces mesures, au nombre de onze, sont indiquées dans le tableau suivant:

	Profondeur et Diamètre. (Instruction ministérielle du 19 décembre 1839.)	
Hectolitre	503 millimètres	1 dixième.
Demi-hectolitre . . .	399 —	3 —
Double-décalitre . .	294 —	2 —
Décalitre	233 —	5 —
Demi-décalitre	185 —	3 —
Double-litre	136 —	6 —
Litre	108 —	4 —
Demi-litre	86 —	0 —
Double-décilitre . . .	63 —	4 —
Décilitre	50 —	3 —
Demi-décilitre	39 —	9 —

Anciennes mesures de capacité.

101. Les anciennes mesures de capacité étaient pour les liquides *le muid* et *la pinte;* pour les matières sèches, *le setier, le boisseau* et *le litron.*

Le muid de Paris valait 288 pintes.

Le setier valait 12 boisseaux, et le boisseau 16 litrons.

Il existait des pintes et des litrons de diverses grandeurs; la pinte dont on se servait à Paris avait 48 pouces cubes, et le litron 36 pouces cubes.

102. Nous avons vu (96) que le pouce cube vaut $0,^{mc}000019836$ etc., on en déduit:

$1^{poc} = 0,^{mc}000019836$ etc. $= 0,^{decimc}019836$ etc. $= 0,^{litre}019836$ etc.;

car le litre vaut un décimètre cube.

On déterminera donc les rapports de l'ancienne pinte et du litron de Paris avec le litre, en multipliant $0,^{lit}019836$ etc., par 48 et par 36, et l'on aura:

Pinte = 48 pouces c. = $48 \times 0,^{l}019836$ etc. = $0,^{l}952128$ etc.
Litron = 36 pouces c. = $36 \times 0,^{l}019836$ etc. = $0,^{l}714096$ etc.

La conversion d'un nombre quelconque de muids, pintes, setiers, etc., de Paris, en litres, s'obtiendra à l'aide de simples multiplications.

Exemple. *Combien 2 muids, 24 pintes font-ils de litres?*

On a 2 muids plus 24 pintes = 2×288 pintes + 24 pintes = 576 + 24 pintes = 600 pintes.

La pinte de Paris valant $0,^{l}952128$ etc., les 600 pintes vaudront 600 fois plus ou $600 \times 0,^{l}952128 = 571,^{lit}2768$.

Mesures adoptées pour les poids.

103. On appelle *mesures de poids,* ou simplement *poids,* les mesures dont on se sert pour apprécier la pesanteur des corps solides, liquides ou gazeux.

Gramme. L'unité principale des mesures de poids est le *gramme* que, dans la pratique, on désigne par la lettre *G* ou *g*.

Le gramme est le poids dans le vide d'un centimètre cube d'eau distillée prise à son maximum de densité, c'est-à-dire, à la température de 4 degrés au-dessus de zéro du thermomètre centigrade.

104. Voici quels sont les multiples et les sous-multiples du gramme, et le volume d'eau distillée auquel chacun d'eux correspond :

Myriagramme	*10000 grammes*		*10 décim. c.*
Kilogramme	*1000 grammes*	*1000 centim. c.*	*ou 1 décim. c.*
Hectogramme	*100 grammes*	*100 centim. c.*	
Décagramme	*10 grammes*	*10 centim. c.*	
Gramme, unité de mesures de poids,		*1 centim. c.*	*ou 1000 mil. c.*
Décigramme . . .	$\frac{1}{10}$ *du gramme . . . . . .*		*100 mil. c.*
Centigramme . .	$\frac{1}{100}$ *du gramme . . . . . .*		*10 mil. c.*
Milligramme. . .	$\frac{1}{1000}$ *du gramme . . . . . .*		*1 mil. c.*

Toutes ces expressions sont usitées, à l'exception toutefois de l'expression myriagramme, qui est ordinairement remplacée par celle de dix kilogrammes.

Dans l'évaluation des choses précieuses, on prend le gramme pour unité; ses décimales sont le décigramme, le centigramme et le milligramme. Ainsi, l'on dit : 24 grammes 15 centigrammes d'argent; 8 grammes 180 milligrammes d'or.

L'unité dont on se sert le plus habituellement est le kilogramme, dont les divisions sont l'hectogramme et le décagramme. Ainsi, l'on dit: 15 kilogrammes 8 décagrammes de viande; 3 kilogrammes 5 hectogrammes de foin.

Poids d'un litre d'eau. Le kilogramme équivaut, comme on vient de le voir, au poids d'un décimètre cube d'eau prise dans les mêmes circonstances que celles qui sont nécessaires à la formation du gramme; or, comme les expressions, décimètre cube d'eau et litre d'eau, sont identiques, il est évident qu'un litre d'eau pèse un kilogramme.

105. *La tonne ou tonneau de mer pèse* 1000 *kilogrammes.* Pour les fortes pesées, telle que la charge d'un navire ou d'un bateau, on compte par *tonnes* ou *tonneaux,* et par *quintaux métriques.*

La tonne ou tonneau est un poids de 1000 kilogrammes.

Poids d'un mètre cube d'eau. Le décimètre cube d'eau pure,

à la température de 4°, pesant un kilogramme, il est évident que mille décimètres cubes d'eau ou, ce qui est la même chose, le mètre cube d'eau pèsera 1000 kilogrammes, poids du tonneau de mer.

Le quintal pèse 100 kilogrammes. Le quintal métrique représente un poids de 100 kilogrammes; il est fréquemment employé dans la comptabilité-matières pour l'évaluation des grains, des farines, du bois, du charbon de terre, etc.; on le désigne par les initiales *Q. M.*, et l'on en exprime les quantités plus petites en kilogrammes. Ainsi, 34^{qm},28 de bois signifient *34 quintaux métriques 28 kilogrammes* de bois.

Cheval vapeur. On appelle *cheval vapeur,* la force nécessaire pour enlever à la hauteur de 1 mètre en 1 seconde un poids de 75 kilogrammes. Ainsi, une machine à vapeur de 300 chevaux représenterait une force capable d'enlever à 1^{m} et en 1″ un poids de 300 fois 75 kilogrammes, ou de 22500 kilogrammes.

Anciennes mesures de poids.

106. L'ancienne unité des poids était *la livre poids* qu'on désignait par le signe ℔.

La livre poids valait *2 marcs*, le marc *8 onces,* l'once *8 gros,* le gros *3 deniers,* et le denier *24 grains.*

Cent livres poids formaient un *quintal.*

107. *Rapport des anciens poids avec les nouveaux.* Pour évaluer la livre poids en kilogramme, on observe que le gramme est le poids d'un centimètre cube d'eau. Or, on a trouvé, par des expériences très-délicates, que le poids d'un centimètre cube d'eau est 18^{grains},82715, et puisque le gramme ou centimètre cube d'eau vaut 18^{grains},82715, le kilogramme vaudra mille fois plus ou 18827^{gr},15; d'ailleurs la livre poids comprend 9216 grains; par conséquent, pour trouver le rapport de la livre au kilogramme, il suffira de diviser 9216 par 18827^{gr},15, et l'on aura:

$$1 \text{ ℔} = \frac{9216}{18827,15} = \frac{921600}{1882715} = 0,^{k}4895 \text{ etc.}$$

On en déduira la valeur de l'once en divisant $0,^{k}4895$ etc., par 16; ce dernier quotient divisé par 8 donnera la valeur du gros, etc., et l'on aura :

$$1 \text{ ℔} = 0,^{k}4895 \text{ etc.}$$
$$1 \text{ once} = \frac{0,^{k}4895 \text{ etc}}{16} \; 0,^{k}030593 \text{ etc.}$$
$$1 \text{ gros} = \frac{0,^{k}030593 \text{ etc.}}{8} = 0,^{k}003824 \text{ etc.}$$

A l'aide de ces rapports, il sera facile de convertir un nombre quelconque de livres, onces, etc., en kilogrammes.

Exemple. *Combien 12 livres 1/2 ou 12 livres 8 onces font-elles de kilogrammes?*

12 livres, à raison de 16 onces par livre, font $12 \times 16 = 192$ onces qui, ajoutées à 8 onces, font 200 onces; l'once valant $0,^{k}030593$ etc., les 200 onces vaudront 200 fois plus, ou $200 \times 0,^{k}030593$ etc., $= 6,^{kil}1186$ etc.

Monnaies.

108. On appelle *mesures monétaires*, ou simplement *monnaies*, celles qui servent à évaluer le prix des choses.

L'unité monétaire est le *franc*, qu'on désigne par *F* ou *f*.

Le franc est une pièce de monnaie frappée à l'effigie du Chef de l'État, pesant 5 grammes et contenant les neuf dixièmes de son poids d'argent pur et un dixième de cuivre.

Ce rapport établi entre le franc et le gramme, en même temps qu'il rattache l'unité monétaire au mètre, permet d'évaluer une somme d'argent monnayé en la pesant au lieu de la compter. Ainsi, deux cents francs en argent pèsent 200 fois 5 grammes, ou 1000 grammes, ou un kilogramme.

Le franc n'a que deux divisions légales, qu'on appelle *décime* et *centime*, au lieu de décifranc et centifranc. (*On continue cependant à se servir de la pièce de cinq centimes, vulgairement appelée sou*).

Le décime ou la nouvelle pièce de dix centimes est une pièce de bronze (*95 parties de cuivre, 4 d'étain et 1 de zinc*) du poids de 10 grammes.

Le demi-décime ou la nouvelle pièce de cinq centimes pèse 5 grammes.

La pièce de deux centimes pèse deux grammes.

Le centime pèse 1 gramme.

109. *Alliage.* On appelle *alliage* la combinaison de plusieurs métaux fondus ensemble, et *lingot* une masse quelconque d'un métal ou d'un alliage. Le franc est, par conséquent, un alliage de cuivre et d'argent.

Titre des monnaies d'or et d'argent. Toutes les monnaies d'or et d'argent sont des alliages; elles contiennent 1 partie de cuivre et 9 parties d'or ou d'argent pur, et l'on appelle *titre* la fraction de leur poids, qui exprime la quantité d'or pur ou d'argent pur qu'elles renferment.

Ainsi, un alliage d'or, qui contient les $\frac{9}{10}$ de son poids en or pur, est au titre de $\frac{9}{10}$; on dit encore qu'il est à $\frac{9}{10}$ de fin. En termes de monnaie, on dit $\frac{900}{1000}$, expression qui d'ailleurs équivaut à $\frac{9}{10}$.

110. *Leur rapport en poids avec le gramme.* Les monnaies d'argent sont les pièces de

5 francs,	pesant	25 grammes,	diamètre	37	millimètres.
2	—	10	—	27	—
1	—	5	—	23	—
0,f50	—	2,50	—	18	—
0,f20	—	1	—	15	—

Les monnaies d'or sont les pièces de

5 francs,	pesant	1,gr6129	diamètre . .	17	—
10	—	3, 2258	—	19	—
20	—	6, 4516	—	21	—
40	—	12, 9032	—	26	—
50	—	16, 1290	—	28	—
100	—	32, 2580	—	35	—

Chaque pièce de monnaie ayant un diamètre particulier, on peut obtenir la longueur du mètre en mettant, l'une contre l'autre et sur une même ligne, plusieurs pièces d'or ou d'argent.

1° 32 pièces de 40 fr. et 8 pièces de 20 fr.

On a en effet . . $32 \times 0,^{m}026 = 0,^{m}832$
Et . . . . . $8 \times 0,\ 021 = 0,\ 168$

Total. . . . . $1,^{m}000$

2° 11 pièces de 40 fr. et 34 pièces de 20 fr.

Car . . . . . $11 \times 0,^{m}026 = 0,^{m}286$
Et . . . . . $34 \times 0,\ 021 = 0,\ 714$

Total. . . . . $1,^{m}000$

3° 20 pièces de 2 fr. et 20 pièces de 1 fr.

Car. . . . . $20 \times 27 = 0,^{m}540$
Et. . . . . $20 \times 23 = 0,\ 460$

Total. . . . . $1,^{m}000$

4° 19 pièces de 5 fr. et 11 pièces de 2 fr.

Car. . . . . $19 \times 37 = 0,^{m}703$
Et. . . . . $11 \times 27 = 0,\ 297$

Total. . . . . $1,^{m}000$

Les poids des pièces de monnaie indiquées dans les tableaux qui précèdent, à l'exception toutefois des pièces d'or de 5 fr. et 10 fr et de la pièce de 20 centimes, qui sont de création nouvelle, ont été déterminés par la loi du 7 germinal an XI; mais, comme il serait très-difficile de fabriquer des pièces qui eussent exactement le poids légal, la loi tolère une petite erreur en plus ou en moins, relative au poids des pièces; c'est ce qu'on appelle *tolérance de poids*.

Anciennes monnaies.

111. L'ancienne unité monétaire était la *livre tournois* qui valait *20 sous;* le sou valait *4 liards* ou *12 deniers.*

La livre tournois se désignait par ℔.

112. *Différence entre le franc et l'ancienne livre.* Le gramme

pesant 18,grains82715, le franc pèse 5 fois 18,grains82715 ou 94,grains13575; mais le franc contient en argent pur les $\frac{9}{10}$ de son poids, c'est-à-dire les $\frac{9}{10}$ de 94,grains13575 ou 84,grains722175; et des expériences très-exactes ont démontré que la livre tournois contient 83,grains675936 d'argent pur. Par conséquent, on trouvera la valeur de la livre tournois en franc, en divisant 83,675936 par 84,722175, et l'on aura :

$$1\# = \frac{83,675936}{84,722175} = \frac{83675936}{84722175} = 0,^{f}9876509 \text{ etc.}$$

Mais on peut multiplier par 81 les deux membres de l'égalité :

$$1\# = 0,^{f}9876509 \text{ etc.}$$

et l'on a : $1\# \times 81 = 0,^{f}9876509 \text{ etc.} \times 81$

ou $81\# = 79,^{f}9997229 = 80^{f}$ à 0,0003 près.

Maintenant que l'on sait que 81 livres représentent la valeur de 80 francs, pour convertir des livres en francs, il suffira de multiplier le nombre de livres par $\frac{80}{81}$.

Exemple. *Soit 60 livres à convertir en francs?*

On aura : $60 \times \frac{80}{81} = \frac{60 \times 80}{81} = \frac{4800}{81} = 59,^{f}26$ à moins d'un centième près.

Nota. Nous croyons avoir rempli les vues du programme en nous bornant à indiquer comment on réduit les mesures anciennes en nouvelles; d'ailleurs, la conversion des nouvelles mesures en anciennes ne présente aucune difficulté ; il suffit, ainsi qu'on l'a vu (77) dans les mesures de longueur, d'intervertir l'ordre des termes des rapports et de multiplier les quotients obtenus par le nombre exprimant des mesures nouvelles.

Nous ferons voir ci-après (115), que le calcul décimal s'applique facilement au système métrique.

Mesures du temps.

113. La mesure du temps est l'*année:* c'est le temps que la terre emploie à faire une révolution complète autour du soleil.

L'année se subdivise en douze *mois*.

Pour les durées plus petites, on prend pour unité le *jour* : c'est le temps que la terre emploie à faire une révolution sur elle-même.

L'année se compose de 365 jours 1/4 de jour environ ; mais on ne compte pas ce quart de jour à la fin de chaque année ; on le néglige pendant 3 ans, et l'on ajoute un jour à la 4e année, qui comprend alors 366 jours ; cette année se nomme *bissextile* ; l'augmentation d'un jour porte sur le mois de février qui a 29 jours au lieu de 28 qu'il a dans les années ordinaires. En général, les années formant un nombre divisible par 4, sont bissextiles ; les années 1848, 1852, étaient bissextiles ; les années 1856, 1860, seront aussi bissextiles.

On excepte de cette règle les années séculaires, dont le nombre de siècles n'est pas divisible par 4 ; ceci tient à ce que l'année solaire étant un peu moindre que 365 jours $\frac{1}{4}$, il en résulte une erreur en plus d'environ 3 jours en 400 ans. Pour corriger cette erreur, on réduit à 365 jours 3 des années bissextiles qui se trouvent en 4 siècles. Ainsi, les années 1700, 1800, 1900, bien que bissextiles, n'ont eu ou n'auront que 365 jours ; tandis que l'année 2000 en aura 366.

On appelle *siècle* la collection de 100 années, et *années séculaires* celles dont le rang est divisible par 100.

La véritable unité de temps est donc le jour.

Le jour est subdivisé en 24 heures.
L'heure est subdivisée en 60 minutes.
La minute est subdivisée en 60 secondes.
La seconde est subdivisée en 60 tierces, etc.

Pourquoi ne sont-elles pas décimales ? On vient de voir que les mesures temporaires sont déterminées par les différents mouvements astronomiques ; or, comme leurs subdivisions bien qu'arbitraires ne pourraient être changées, sans amener de grandes perturbations dans les usages de la vie, on n'a pu les faire dériver du mètre.

Mesures des circonférences.

114. On continue de prendre le *degré* pour unité des mesures de circonférence. On le désigne par le caractère ° qu'on écrit à la droite, et un peu au-dessus d'un nombre, 48°.

Une circonférence quelconque est divisée en 360 degrés.
Le degré comprend 60 minutes
La minute comprend 60 secondes.
La seconde comprend 60 tierces.

Cette mesure n'appartient pas au système métrique.

Pour rapporter les calculs astronomiques au système décimal, les astronomes français partagent souvent la circonférence en 400 parties, que l'on nomme aussi *degrés* ou plutôt *grades*.

Le grade se divise en 100 minutes.
La minute se divise en 100 secondes.
La seconde se divise en 100 tierces, etc.

De la numération et du calcul des mesures métriques; changement d'unité de ces mesures.

115. Les mesures métriques étant soumises à la loi décimale, on peut leur appliquer les règles données pour la numération et le calcul des nombres décimaux ordinaires.

1° Pour énoncer une nouvelle mesure exprimée par un nombre décimal, on énonce d'abord la partie à gauche de la virgule et ensuite la partie à droite de la virgule, en donnant à chacune d'elles le nom de l'ordre de l'unité métrique qu'elle représente.

Ainsi, le nombre 45,^{m}078 s'énoncera *quarante cinq mètres, soixante et dix-huit millimètres*, nom qu'on trouve en disant à partir de la virgule, décimètre, centimètre, millimètre.

Le nombre 148,^{g}717 s'énoncera *cent quarante huit grammes*,

sept cent dix-sept milligrammes, nom qu'on trouve en disant également à partir de la virgule, décigramme, centigramme, milligramme.

2° Pour écrire en chiffres une nouvelle mesure exprimée par un nombre décimal, on écrit d'abord la première partie du nombre; on place une virgule et ensuite, sur la droite du dernier chiffre, la lettre initiale du nom de l'unité métrique qu'il représente; on écrit après la virgule la seconde partie du nombre, en remplaçant chaque ordre d'unité métrique qui manque par un 0.

Par exemple, le nombre vingt-huit mètres, quatre-vingt seize millimètres, s'écrira $28,^{m}096$.

Le nombre vingt-quatre litres, quatre centilitres, s'écrira $24,^{l}04$.

Remarque. En traitant des mesures de superficie et de volume, (83 et 92) nous avons indiqué la numération des nombres contenant des divisions décimales du mètre carré, de l'are et du mètre cube.

116. *Changement d'unité dans les mesures métriques.* Pour rapporter une nouvelle mesure exprimée par un nombre décimal à l'une quelconque des unités de son espèce, on transporte la virgule sur la droite du chiffre représentant les unités de l'ordre donné.

Soit à convertir $7849,^{m}8$ en kilomètres: on dira, en allant de droite à gauche, à partir de la virgule: mètre, décamètre, hectomètre, kilomètre, et l'on écrira $7,^{km}8498$.

De même pour convertir $48,^{kg}07825$ en grammes, on dira, en allant de gauche à droite, à partir de la virgule: hectogramme, décagramme, gramme, et l'on écrira $48078,^{g}25$.

Pour les mesures de surface, on prendrait pour chaque ordre d'unité deux chiffres, et pour les mesures de volume, trois chiffres.

Ainsi, le nombre $45,^{hmq}079385$ converti en mètres carrés, s'écrira $450793,^{mq}85$.

Le nombre $45,^{mc}078932$ converti en décimètres cubes, s'écrira $45078,^{dmc}932$.

Quand le nombre des chiffres nécessaires au déplacement de la virgule n'est pas suffisant, on y supplée par des zéros; ainsi, pour convertir $8,^{decam}07$ en myriamètres, on écrira $0,^{myrm}00807$.

117. *Addition et soustraction.* L'addition et la soustraction des nombres, exprimant des mesures métriques, se font comme celles des nombres décimaux ordinaires ; seulement, quand les nombres donnés expriment des unités de grandeurs différentes, il faut, avant tout, les rapporter à la même unité.

1er Exemple. *Un comptable des subsistances a acheté :* 1° *2,qm78 de grain froment dur ;* 2° *987,kg40 de grain froment tendre ;* 3° *186hect de farine brute de blé tendre ;* 4° *enfin 4780kil de farine de blé tendre blutée à 15 p. 100 ; combien a-t-il de quintaux métriques en magasin ?*

Il faut convertir le tout en quintaux métriques, en ne perdant pas de vue que le quintal métrique vaut 100 kilogr.

2,qm78	grain froment dur, font.	2,qm78
987,kil40	grain froment tendre	9, 8740
186hect	farine brute blé tendre	0, 186
4780kil	farine blé tendre blutée à 15 p. 100. .	47, 80
	Total . .	60,qm6400

Le comptable a en magasin 60 quintaux métriques, 64 kilogrammes, tant en grains qu'en farines.

2e Exemple. *L'approvisionnement de quinine de la pharmacie centrale de Paris était, le* 1er *janvier* 1853, *de 108,kil83 ; on en a consommé jusqu'au* 1er *juillet 4787,dg375 ; on demande combien il reste de grammes ?*

108,kg83	convertis en grammes font. . . .	108830,g00
4787,dg375	—	47873,g75
	Il reste en magasin le 1er juillet. .	60956,g25

118. *Multiplication.* Dans la multiplication, le produit étant de la même nature que le multiplicande, il suffit de trouver le nombre des unités du produit. Pour trouver ce nombre, on effectue la multiplication en faisant abstraction de la virgule, comme pour les nombres décimaux ordinaires.

Exemple. *Combien coûteraient 26,hl75 de vin à raison de 60 c. le litre ?*

On peut résoudre la question en procédant de deux manières :

Le litre coûtant 60 c., l'hectolitre ou 100 litres coûtent $60^c \times 100 = 60$ fr., et l'on aura pour le prix de $26,^{hl}75$; $60 \text{ f.} \times 26,^{hl}75 = 1605$ fr.

Mais il sera plus simple de dire :

$26,^{hl}75$ font 2675 litres qui, multipliés par 60 c., prix d'un litre, donnent $2675 \times 60^c = 1605$ fr. ou le même produit.

119. *Division.* La division des nombres exprimés en mesures métriques se fait d'après les règles indiquées pour la division des nombres décimaux ordinaires ; seulement, lorsque le dividende et le diviseur sont deux nombres de même nature, exprimant des unités différentes, on doit au préalable rapporter ces deux nombres à la même unité.

Exemple. *Combien y a-t-il de rations de pain, à raison de $7,^{hg}50$ l'une, dans $50,^{qm}80$ de pain ?*

$50,^{qm}80$ font 5080 kilogrammes ou 50800 hectogrammes ; le nombre de rations cherché sera le quotient de 50800 hect. par $7,^{hg}50$ et l'on aura :

$$50800 : 7,50 = 5080000 : 750 = 508000 : 75 = 6773 \tfrac{25}{75} = 6773 \text{ rations } \tfrac{1}{3}.$$

11e 12e et 13e Leçons. Applications.

NOTIONS GÉNÉRALES SUR LES QUANTITÉS QUI VARIENT DANS LE MÊME RAPPORT ET EN RAPPORT INVERSE. RÉSOLUTION DES RÈGLES DE TROIS SIMPLES. RÈGLES DE TROIS COMPOSÉES. RÈGLES D'INTÉRÊTS SIMPLES. PROBLÈMES SIMPLES RELATIFS AUX RENTES SUR L'ÉTAT. RÈGLES D'ESCOMPTE. RÈGLES DE SOCIÉTÉ SIMPLES. RÈGLES D'ALLIAGE ET DE MÉLANGE. TOUTES CES RÈGLES SERONT RÉSOLUES PAR LA MÉTHODE DITE DE RÉDUCTION A L'UNITÉ.

Notions générales sur les quantités qui varient dans le même rapport et en rapport inverse.

120. Les problèmes les plus compliqués de l'arithmétique peuvent se résoudre à l'aide des seules combinaisons des quatre règles, et c'est l'application convenable de ces règles qui constitue réellement la science de l'arithmétique.

On peut résoudre un problème par deux méthodes principales: l'une est basée sur la théorie des proportions dont nous parlerons ci-après, l'autre est fondée sur l'analyse et le raisonnement, et se nomme *méthode de réduction à l'unité.* Or, comme cette dernière méthode n'exige que la connaissance des quatre règles, et qu'à l'aide d'un raisonnement aussi simple que facile, elle conduit au même résultat que celui qu'on obtiendrait par les proportions, nous l'emploierons de préférence pour la solution de toutes les questions relatives aux règles de trois, de société, d'intérêt, etc. Mais nous allons, avant tout, dire ce qu'on entend par rapport de deux quantités, et donner quelques notions générales

sur les quantités qui varient dans le même rapport et en rapport inverse.

121. On appelle *rapport* le résultat de la comparaison de deux quantités de même espèce.

On compare deux quantités, ou pour connaître leur différence, ou pour connaître le quotient de l'une par l'autre. De là deux sortes de rapport : *le rapport par différence* ou *arithmétique*, et *le rapport par quotient* ou *géométrique*. On ne s'occupera désormais que de ce dernier rapport, parce que son usage est beaucoup plus fréquent.

Les quantités qui entrent dans l'énoncé d'une question, peuvent être en *rapport direct* ou en *rapport inverse :* elles sont en rapport direct, lorsque les liaisons qui existent entre elles sont telles que l'augmentation des unes occasionne nécessairement l'augmentation des autres ; elles sont en rapport inverse, lorsque l'augmentation des unes entraîne nécessairement la diminution des autres.

Ainsi, dans cet énoncé : *4 ouvriers ont fait 10 mètres d'ouvrage en un certain temps; combien 6 ouvriers en feraient-ils dans le même temps?* Il est clair que plus il y aura d'ouvriers, plus ils feront d'ouvrage; donc, le produit de l'ouvrage augmente en proportion de l'augmentation du nombre des ouvriers et, conséquemment, le rapport de l'ouvrage est direct avec celui des ouvriers.

Dans ce nouvel énoncé : *6 ouvriers seraient 8 jours pour faire un certain ouvrage; combien faudrait-il de temps à 40 ouvriers pour faire le même ouvrage?* On voit que plus il y aura d'ouvriers, moins ils emploieront de temps; donc, une augmentation dans le nombre des ouvriers donne une diminution dans le temps qu'ils mettent à faire l'ouvrage et, par conséquent, le rapport entre le nombre des ouvriers et l'ouvrage fait est inverse.

122. Le rapport qui existe entre deux quantités est le *quotient* de la première divisée par la seconde : la première est le *dividende* ou l'*antécédent;* la seconde est le *diviseur* ou le *conséquent*. On voit donc qu'il n'existe aucune différence entre une

fraction et l'expression qui indique que deux quantités sont en rapport, et elles doivent jouir l'une et l'autre des mêmes propriétés.

Par conséquent,

1° En multipliant ou divisant l'antécédent par un nombre sans toucher au conséquent, le rapport est multiplié ou divisé par ce nombre.

2° En multipliant ou divisant le conséquent, sans toucher à l'antécédent, le rapport est divisé ou multiplié par le même nombre.

3° En multipliant ou divisant l'antécédent et le conséquent par le même nombre, le rapport ne change pas de valeur.

4° Lorsque l'antécédent et le conséquent sont égaux, le rapport est l'unité.

5° Lorsque l'antécédent est plus grand que le conséquent, le rapport est plus grand que l'unité.

6° Lorsque l'antécédent est plus petit que le conséquent, le rapport est plus petit que l'unité.

L'application de ces propriétés sera d'une grande utilité pour la simplification des résultats obtenus par la solution des règles de trois, d'intérêt, de société, etc., qui vont être traitées par la méthode dite de réduction à l'unité que l'on doit à Reynaud, et qu'il publia pour la première fois en 1800.

Applications résolues par la méthode dite de réduction à l'unité.

Règle de trois simple.

123. On appelle *règle de trois simple*, ou *règle de trois*, l'opération pour laquelle on détermine une quantité inconnue au moyen de trois autres quantités connues.

Les deux quantités de même espèce qui sont connues s'ap-

pellent *quantités principales*, et les deux quantités aussi de même espèce, mais dont l'une est connue et l'autre inconnue, s'appellent *quantités relatives*.

Une règle de trois simple se compose donc de deux rapports ; elle *est directe*, quand les quantités relatives augmentent ou diminuent dans le même rapport que les principales augmentent ou diminuent; elle est *inverse*, quand les relatives augmentent lorsque les principales diminuent et réciproquement.

Règles de trois simples directes.

124. 1er Exemple. *12 ouvriers font 150 mètres d'ouvrage dans un jour; combien faudra-t-il d'ouvriers pour faire 200 mètres d'ouvrage dans le même temps?*

Il est évident que plus on aura de mètres à faire, plus il faudra d'ouvriers; les quantités relatives, représentées par les ouvriers, augmentant dans le même rapport que les principales, représentées par les mètres, la règle de trois est directe.

Afin d'embrasser d'un seul coup d'œil tous les termes qui entrent dans l'énoncé, on posera l'opération ainsi :

150 mètres. . . . . 12 ouvriers
200 mètres. . . . . x ouvriers

en ayant soin de mettre à la fin les deux quantités de même espèce dont l'une est inconnue, et l'on raisonnera de la manière suivante :

Si pour 150 mètres on doit employer. . . . . 12 ouvriers
pour 1 mètre, on en emploiera 150 fois moins, ou . . . . . $\frac{12}{150}$
pour 200 mètres, on en emploiera 200 fois plus, ou . . . . . $\frac{12 \times 200}{150} = \frac{2400}{150}$
$= \frac{240}{15} = 16$ ouvriers.

2e Exemple. *En 30 jours un ouvrier gagne 180 francs; combien gagnera-t-il en 12 jours?*

Il est évident que moins l'ouvrier travaillera de jours, moins il gagnera; les quantités relatives, représentées par les francs, dimi-

nuant dans le même rapport que les principales, représentées par les ouvriers, la règle de trois est encore directe.

On posera l'opération ainsi :

30 jours. . . . . 180 francs
12 jours. . . . . x francs

et l'on dira :

Si en 30 jours l'ouvrier a gagné. . . . . 180 francs
en 1 jour il a gagné 30 fois moins, ou . . . . $\frac{180}{30}$
et en 12 jours il gagnera 12 fois plus, ou . . . $\frac{180 \times 12}{30} = \frac{2160}{30}$
$= \frac{216}{3} = 72$ francs.

Règles de trois simples inverses.

125. 1er Exemple. *12 ouvriers emploient 15 jours à faire un certain travail; combien faudra-t-il d'ouvriers pour faire le même travail en 10 jours?*

Il est évident que moins on aura de temps pour faire le travail, plus il faudra d'ouvriers ; les quantités relatives, représentées par les ouvriers, augmentant dans le même rapport que les quantites principales, représentées par les jours, diminuent, la règle de trois est inverse.

On posera l'opération, comme s'il s'agissait d'une règle de trois simple directe, et l'on raisonnera d'une manière analogue :

15 jours . . . . . 12 ouvriers
10 jours . . . . . x ouvriers

Si le travail est fait dans 15 jours par . . . . . 12 ouvriers
il sera fait dans 1 jour par 15 fois plus d'ouvriers, ou. . . . 12×15
— — 10 jours par 10 fois moins d'ouvriers, ou. . . . . $\frac{12 \times 15}{10} = \frac{180}{10}$
$= 18$ ouvriers.

2e Exemple. *Une fontaine qui fournit 3 hectolitres d'eau par heure remplit un bassin en 15 heures; combien de temps une fontaine qui donne 5 hectolitres par heure, emploiera-t-elle à remplir le même bassin?*

Si la seconde fontaine était 2, 3 fois plus abondante que la première, elle mettrait 2, 3 fois moins de temps à remplir le bassin; les quantités relatives, représentées par les heures, diminuant dans le même rapport que les quantités principales, représentées par les hectolitres, augmentent, la règle de trois est encore inverse:

3 hectolitres . . . . . 15 heures
5 x

Si une fontaine qui donne 3 hectolitres d'eau par heure remplit le bassin en . . . . . 15 heures
une fontaine qui donnerait 1 hectolitre emploierait 3 fois plus de temps, ou . . . . . 15×3
une fontaine qui fournit 5 hectolitres par heure, emploiera 5 fois moins de temps, $\frac{15 \times 3}{5} = \frac{45}{5} =$ 9 heures.

On aurait pu résoudre les problèmes qui précèdent sans s'occuper de rapports directs, ni de rapports inverses, de quantités principales, ni de quantités relatives; mais nous avons cru devoir entrer dans quelques détails, pour mieux fixer les idées sur ce que nous avons dit (121) des quantités qui varient en rapport direct et inverse. A l'avenir, nous ne nous occuperons plus de la nature des rapports; c'est précisément en cela que consiste la simplicité de la méthode de l'unité, et c'est ce qui la rend préférable à toute autre.

Règle de trois composée.

126. *La règle de trois composée* est celle à la solution de laquelle on arrive par une série de règles de trois simples.

C'est en décomposant la question proposée, qu'on parvient à établir les règles de trois simples qui doivent conduire à la solution demandée. Quelques exemples suffiront pour apprendre comment se fait cette décomposition.

1er Exemple. *20 ouvriers font en 5 jours 360 mètres d'ouvrage; combien 30 ouvriers en feront-ils en 15 jours?*

La question comprend deux règles de trois simples:

1° Connaissant l'ouvrage fait par 20 ouvriers, on en déduira

l'ouvrage exécuté dans les mêmes circonstances par 30 ouvriers, en disant :

Si 20 ouvriers ont fait . . . . . 360 mètres,
1 ouvrier en a fait 20 fois moins, ou . . . . $\frac{360}{20}$
30 ouvriers en feront 30 fois plus, ou . . . . $\frac{360 \times 30}{20} = \frac{360 \times 3}{2} = \frac{1080}{2} = 540$ mètres.

2° Connaissant l'ouvrage fait en 5 jours, on en déduira l'ouvrage fait en 15 jours en disant :

Si en 5 jours on a fait . . . . . 540 mètres,
en 1 jour on en fera 5 fois moins, ou $\frac{540}{5}$
en 15 jours on en fera 15 fois plus, ou $\frac{540 \times 15}{5} = 1620$ mètres.

Dans la pratique, on simplifiera l'opération en ne faisant qu'indiquer les multiplications et les divisions, ce qui permettra de supprimer les facteurs communs au numérateur et au dénominateur ; on posera donc l'opération ainsi :

20 ouvriers.	5 jours	360 mètres.
30 —	15 —	x

et l'on raisonnera de la manière suivante :

Si 20 ouvriers en 5 jours font . . . . . 360 mètres,
1 ouvrier en 5 jours en fera 20 fois moins,
ou. . . . . $\frac{360}{20}$
1 ouvrier en 1 jour en fera 5 fois moins, ou . . $\frac{360}{20 \times 5}$
30 ouvriers en 1 jour en feront 30 fois plus, ou $\frac{360 \times 30}{20 \times 5}$
30 ouvriers en 15 jours en feront 15 fois plus,
ou . . . . . $\frac{360 \times 30 \times 15}{20 \times 5}$
$= \frac{10800 \times 15}{100} = 108 \times 15 = 1620$ mètres.

2e Exemple. *Si 2 ouvriers travaillant 8 heures par jour ont fait en 5 jours 96 mètres ; combien faudra-t-il de jours à 3 ouvriers travaillant 10 heures par jour pour faire 720 mètres du même ouvrage?*

On disposera ainsi l'opération :

2 ouvriers . . .	8 heures. . . .	96 mètres	5 jours
3 —	10 —	720 —	x —

et l'on dira :

Si 2 ouvriers travaillant 8 heures par jour ont fait 96 mètres en. . . . . 5 jours,

1 ouvrier travaillant 8 heures par jour fera 96 mètres en 2 fois plus de temps, ou. . . 5×2

1 ouvrier travaillant 1 heure par jour fera 96 mètres en 8 fois plus de temps, ou . . $5 \times 2 \times 8$

1 ouvrier travaillant 1 heure par jour fera 1 mètre en 96 fois moins de temps, ou $\frac{5 \times 2 \times 8}{96}$

3 ouvriers travaillant 1 heure par jour feront 1 mètre en 3 fois moins de temps, ou . $\frac{5 \times 2 \times 8}{96 \times 3}$

3 ouvriers travaillant 10 heures par jour feront 1 mètre en 10 fois moins de temps, ou . . . . . $\frac{5 \times 2 \times 8}{96 \times 3 \times 10}$.

3 ouvriers travaillant 10 heures par jour feront 720 mètres en 720 fois plus de temps, ou. . . . . $\frac{5 \times 2 \times 8 \times 720}{96 \times 3 \times 10} = \frac{8 \times 720}{96 \times 3} = \frac{5760}{288} = 20$ jours.

3e Exemple. *En 8 jours on a élevé un mur de 3 mètres de hauteur et de 64 mètres de longueur; combien faudrait-il de jours pour élever un mur de 4 mètres de hauteur et de 336 mètres de longueur?*

En posant l'opération et en procédant comme on vient de le dire, on aura :

3 mètres de hauteur —	64 mètres de longueur —		8 jours
4 —	— 336 —	—	x —

Si pour faire un mur de 3 mètres de hauteur sur 64 de longueur, on a mis . . . . . 8 jours,

Pour faire un mur de 1 mètre de hauteur sur 64 de longueur, on mettra 3 fois moins de temps, ou $\frac{8}{3}$

Pour un mur de 1 mètre de hauteur sur 1 de longueur, on mettra 64 fois moins de temps, ou . $\frac{8}{3 \times 64}$

Pour un mur de 4 mètres de hauteur sur 1 de longueur, on mettra 4 fois plus de temps, ou. . . $\frac{8 \times 4}{3 \times 64}$

Pour un mur de 4 mètres de hauteur sur 336 de longueur, on mettra 336 fois plus de temps, ou $\frac{8 \times 4 \times 336}{3 \times 64} = \frac{32 \times 336}{3 \times 64} = \frac{336}{3 \times 2} = \frac{336}{6} = \frac{168}{3} = 56$.

Règles d'intérêt.

127. On appelle *intérêt* le bénéfice que le prêteur fait sur son argent; c'est une rétribution qu'il exige de l'emprunteur pour compenser les avantages dont il eut pu jouir en faisant valoir lui-même ses fonds.

La somme prêtée se nomme *capital*, et l'intérêt de 100 francs pour un an s'appelle le *taux de l'intérêt* ou *du prêt*. Lorsque 100 francs, par exemple, rapportent 5 francs de bénéfice pour un an, on dit que l'argent est au taux de cinq, ou à cinq pour cent; ce qui s'indique ordinairement ainsi, 5 p. 0/0. C'est la loi qui a fixé le taux de l'intérêt; il est de 5 francs en matière civile et de 6 francs dans le commerce.

Lorsque l'intérêt d'une année s'ajoute au capital pour porter intérêt l'année suivante, on dit que l'*intérêt est composé*.

L'intérêt est simple, quand l'intérêt ne s'ajoute pas au capital pour porter lui-même intérêt, ou quand on n'a point égard aux intérêts des intérêts.

Il y a donc deux sortes de règle d'intérêt : *la règle d'intérêt simple* et *la règle d'intérêts composés*. Dans ce traité, il ne sera question que de la première.

Tous les problèmes qui se rapportent à la règle d'intérêt simple ont nécessairement pour objet de chercher l'une de ces quatre quantités, les trois autres étant connues ou données : *l'intérêt d'un capital, le taux de l'intérêt, le capital prêté, le temps pendant lequel il est resté dans les mains de l'emprunteur.*

Règle d'intérêt simple.

128. 1° Le taux de l'intérêt, le capital prêté, le temps pendant lequel il est resté dans les mains de l'emprunteur étant donnés, trouver l'intérêt du capital.

Quel est l'intérêt de 9000 fr. à 5 p. 0/0 par an?

Si 100 fr. rapportent . . . . . 5 fr. par an

1 fr. rapportera 100 fois moins, ou . $\frac{5}{100}$

9000 fr. rapporteront 9000 fois plus, ou $\frac{5 \times 9000}{100} = 90 \times 5 =$ 450^f.

L'intérêt de 9000 fr. est donc de 450 fr.

2° L'intérêt d'un capital, le capital prêté et le temps pendant lequel le capital a été prêté étant donnés, trouver le taux de l'intérêt.

Un capital de 5840 fr. a rapporté au bout de l'année 233 fr. 60 c.; à quel taux a-t-il été placé?

Puisque 5840 fr. rapportent après un an . . . . . $233^f 60^c$
1 fr. rapportera 5840 fois moins, ou . $\frac{233,60}{5840}$
100 fr. rapporteront 100 fois plus, ou .. $\frac{233,60 \times 100}{5840}$
$= \frac{2336}{584} = 4$ fr.

Le taux de l'intérêt était donc de 4 fr.

3° L'intérêt d'un capital, le taux de l'intérêt et le temps étant donnés, trouver le capital prêté.

Quel est le capital qui, prêté à 6 p. 0/0, a donné 320 francs d'intérêt?

Si pour avoir 6 fr. d'intérêt, il faut placer. . . . . 100 fr.
pour avoir 1 fr. d'intérêt, il faudra placer 6 fois moins, ou . . . . . $\frac{100}{6}$
et pour avoir 320 fr. d'intérêt, il faudra placer 320 fois plus, ou. . . . . $\frac{100 \times 320}{6}$
$= \frac{32000}{6} = 5333$ fr. 33 c.

Le capital prêté était donc 5333 fr. 33 c.

4° L'intérêt d'un capital, le taux de l'intérêt, le capital prêté étant donnés, trouver le temps pendant lequel le capital a été prêté.

Combien de temps est resté placé un capital de 654 fr. qui a rapporté 146 fr. 80 c. à raison de 5 p. 0/0 par an?

Si 100 fr., pour rapporter 5 fr., mettent un an, ou 360 jours.
1 fr., pour rapporter 5 fr., mettra 100 fois plus de temps, ou . . . . . 360×100
1 fr., pour rapporter 1 fr., mettra 5 fois moins de temps, ou . . . . . $\frac{360 \times 100}{5}$

654 fr., pour rapporter 1 fr., mettront 654 fois moins de temps, ou . . . . . $\frac{360 \times 100}{5 \times 654}$

654 fr., pour rapporter 146 fr. 80 c., mettront 146,80 fois plus de temps, ou . . . . . $\frac{360 \times 100 \times 146{\cdot}80}{5 \times 654}$

$= \frac{5284800}{3270} = 1616$ jours.

Le capital aura donc été placé pendant 1616 jours ou 4 ans, 5 mois, 26 jours.

129. Les questions qui précèdent sont celles auxquelles se rattache le plus ordinairement le calcul des intérêts simples; la dernière seule exige, pour être résolue, l'emploi de plusieurs règles de trois simples. Nous allons encore donner quelques problèmes dont la solution suffira pour apprendre à traiter toutes les questions analogues qui pourront se présenter.

1er Exemple. *Calculer l'intérêt de 480000 fr. placés à 3 p. 0/0 pendant 3 ans, 7 mois ou 43 mois.*

Si 100 fr. rapportent dans 12 mois. . . . . 6 fr. d'intérêt,

1 fr. rapportera dans 12 mois 100 fois moins, ou . . . . . $\frac{6}{100}$

1 fr. rapportera dans 1 mois 12 fois moins, ou . . . . . $\frac{6}{100 \times 12}$

480000 fr. rapporteront dans 1 mois 480000 fois plus, ou . . . . . $\frac{6 \times 480000}{100 \times 12}$

480000 fr. rapporteront dans 43 mois 43 fois plus, ou . . . . . $\frac{6 \times 480000 \times 43}{100 \times 12} =$

$\frac{28800 \times 43}{12} = 103200$ fr.

Le capital 480000 rapportera donc 103200 fr.

2e Exemple. *Le capital 480000 augmenté de ses intérêts simples pendant 43 mois, vaut 583200 fr., ou, ce qui revient au même, a rapporté 103200 fr.; on demande à quel taux ce capital a été placé?*

L'intérêt de 480000 fr. pendant 43 mois étant. 103200 fr.

Celui de 480000 fr. pendant 1 mois sera 43 fois moins, ou . . . $\frac{103200}{43}$

L'intérêt de 1 fr. pendant 1 mois sera 480000 fois moins, ou . $\frac{103200}{43 \times 480000}$

Celui de 100 fr. pendant 1 mois sera 100 fois plus, ou . . . . . $\frac{103200 \times 100}{43 \times 480000}$

Celui de 100 fr. pendant 12 mois sera 12 fois plus, ou . . . . . $\frac{103200 \times 100 \times 12}{43 \times 480000} =$

$\frac{12384}{2064} = 6$ fr..

Le taux de l'intérêt était donc de 6 fr.

3° Exemple. *Quel est le capital qui, placé à 6 p. 0/0, a rapporté 103200 fr. au bout de 43 mois?*

Si 6 fr. est l'intérêt pendant 12 mois du capital. . . . . 100 fr.

1 fr. sera l'intérêt pendant 12 mois d'un capital 6 fois moins fort, ou de . . $\frac{100}{6}$

1 fr. sera l'intérêt pendant 1 mois d'un capital 12 fois plus fort, ou de . . . $\frac{100 \times 12}{6}$

103200 fr. seront l'intérêt pendant 1 mois d'un capital 103200 fois plus fort, ou de $\frac{100 \times 12 \times 103200}{6}$

103200 fr. seront l'intérêt pendant 43 mois d'un capital 43 fois moins fort, ou de. $\frac{100 \times 12 \times 103200}{6 \times 43} =$

$\frac{12384000}{258} = 480000$.

Le capital placé était donc 480000 fr.

4° et dernier Exemple. *Combien de temps a été placé le capital qui, placé à 6 p. 0/0, a rapporté 103200 fr.?*

Si 100 fr., pour rapporter 6 fr., mettent un an, ou. . . . . 12 mois.

1 fr., pour rapporter 6 fr., mettra 100 fois plus de temps, ou . . . . . 12×100

1 fr., pour rapporter 1 fr., mettra 6 fois moins de temps, ou. . . . . $\frac{12 \times 100}{6}$

480000 fr., pour rapporter 1 fr., mettront 480000 fois moins de temps, ou . . $\frac{12 \times 100}{6 \times 480000}$

480000 fr., pour rapporter 103200 fr., mettront 103200 fois plus de temps, ou $\frac{12 \times 100 \times 103200}{6 \times 480000} =$

$\frac{12384}{288} = 43$ mois.

Le capital a donc été placé pendant 43 mois, ou 3 ans, 7 mois.

On voit que ces quatre dernières questions se prouvent l'une par l'autre.

Des rentes sur l'État.

130. Quand l'État a besoin d'argent, il crée de la rente, c'est-à-dire qu'en échange d'un certain capital qu'il reçoit et qui varie selon les circonstances, il se reconnaît débiteur d'un capital de 100 francs, portant intérêt à 3, 4, 4 1/2, 5 p. 0/0.

Le capital, dont l'État doit servir l'intérêt chaque année et qui résulte des emprunts successifs qu'il a pu contracter, constitue *la dette publique*. En 1795, la dette publique, qui s'élevait à 2,800,000,000, fut réduite des deux tiers, et l'on donna à la rente le nom de *tiers consolidé*. Cette dénomination fut remplacée par celle de *cinq pour cent* en 1812. En vertu d'un décret rendu au commencement de 1852, le 5 p. 0/0 a été converti en 4 1/2 p. 0/0, c'est-à-dire réduit d'un dixième.

L'État se réserve, en empruntant, la faculté de rembourser sa dette quand il lui plaît; le propriétaire de rentes n'a pas le droit d'en exiger le remboursement; mais il peut les réaliser en les faisant vendre à la bourse par l'intermédiaire d'un agent de change.

Chaque jour le cours de la rente est rendu public.

Quand le cours atteint 100 fr., la rente est dite *au pair*; elle est *au-dessus* ou *au-dessous du pair*, quand le cours dépasse ou n'atteint pas 100 francs.

Ainsi, quand le 4 1/2 est au cours de 102 fr. 80 c., la rente 4 1/2 p. 0/0 est à 2 fr. 80 c. au-dessus du pair.

Les questions sur les rentes se résolvent de la même manière que les règles d'intérêt simple.

Problèmes simples relatifs aux rentes sur l'État.

131. 1er Exemple. *Combien achèterait-on de rentes 4 1/2 p. 0/0 avec un capital de 6000 fr., le cours étant à 105 fr. 50 c.?*

Si pour 105 fr. 50 c. on a . . . . . 4f 50c de rente
pour 1 fr. . . on en aura 105,50 fois moins, ou . . . . . $\frac{4,50}{105,50}$
et pour 6000 fr. . . on en aura 6000 fois plus, ou . . . . . $\frac{4,50 \times 6000}{105,50}$ = $\frac{27000,00}{105,50} = \frac{270000}{1055}$ = 255 fr. 92 c.

On aura donc 255 fr. 92 c. de rente.

2e Exemple. *On a achelé du 3 p. 0/0 au cours de 79 fr. 80 c., à quel taux a-t-on placé son argent?*

Puisque 79 fr. 80 c. produisent. . . . . 3 fr. de rente.
1 fr. . . . produira 79,80 fois moins, ou $\frac{3}{79,80}$
100 fr. . . . produiront 100 fois plus, ou $\frac{3 \times 100}{79,80} = \frac{300,00}{79,80}$ $\frac{3000}{798}$ = 3 fr. 75 c.

On aurait placé son argent à 3 fr. 75 c. p. 0/0.

3e Exemple. *Combien devra-t-on payer pour 500 fr. de rente 3 p. 0/0 au cours de 75 fr.?*

Si 3 fr. de rente coûtent . . . . . 75 fr.
1 fr. de rente coûtera 3 fois moins, ou . . . . . $\frac{75}{3}$
500 fr. de rente coûteront 500 fois plus, ou. . . . . $\frac{75 \times 500}{3}$ = $\frac{37500}{3}$ = 12500 fr.

On paierait 12500 fr.

4e et dernier Exemple. *Quel était le cours du 4 1/2 p. 0/0, si avec le capital 100000 fr. on s'est créé un revenu de 4800 fr.*

Si, pour avoir 4800 fr. de rente, il a fallu donner. 100000 fr.
pour avoir 1 fr. de rente, il faudra donner 4800 fois moins, ou . . . . $\frac{100000}{4800}$
et pour avoir 4 fr. 50 de rente, il faudrait donner 4,50 fois plus, ou . . . $\frac{100000 \times 4,50}{4800}$ = $\frac{450000}{4800} = \frac{4500}{48}$ = 93 fr. 75 c.

Le cours du 4 1/2 était donc à 93 fr. 75 c.

Règle d'escompte.

132. *L'escompte* est la retenue qui doit être faite sur la valeur d'un billet payable après un certain temps, lorsqu'on veut toucher ce billet avant son échéance.

Il y a deux espèces d'escompte : *l'escompte en dedans* et *l'escompte en dehors.*

L'escompte en dedans est égal à la différence entre la somme énoncée dans le billet et la valeur que prend cette somme, quand on l'évalue en argent comptant, en ne prenant que les intérêts simples.

Ainsi, l'escompte en dedans à 6 p. 0/0 par an d'un billet de 318 fr., payable dans un an, est 18 fr., différence entre 318 fr. somme énoncée dans le billet, et 300 fr., valeur du billet au comptant.

L'escompte en dehors se paie à tant p. 0/0 sur la somme énoncée dans le billet, c'est-à-dire sur le capital augmenté de ses intérêts ; de sorte que l'escompte en dehors se compose de l'intérêt du capital primitif, plus de l'intérêt de l'intérêt de ce capital.

Ainsi, l'escompte en dehors à 6 p. 0/0 d'un billet de 318 fr., payable dans un an, serait 19 fr. 08 c., c'est-à-dire que la retenue dépasserait de 1 fr. 08 c. celle qui aurait été faite, par l'escompte en dedans, sur le même billet.

133. On voit, d'après cela, que l'escompte en dedans, que prennent la plupart des nations étrangères, est à l'avantage du porteur du billet ; et que l'escompte en dehors, qu'on a l'usage de prendre en France, est avantageux à l'escompteur. Nous ne considérerons que ce dernier escompte, puisqu'il est usité en France.

1er Exemple. *Combien doit-on payer d'escompte à 6 p. 0/0 pour toucher sur-le-champ un billet de 3646 fr., payable dans 9 mois?*

L'escompte de 100 fr. pour un an ou 12 mois étant . . . . . 6 fr.

L'escompte de 1 fr. pour 12 mois sera 100 fois moins fort, ou . . . $\frac{6}{100}$

5

L'escompte de 1 fr. pour 1 mois sera 12 fois moins fort, ou. . . . . $\frac{6}{100 \times 12}$

L'escompte de 3646 fr. pour 1 mois sera 3646 fois plus fort, ou . . . . . $\frac{6 \times 3646}{100 \times 12}$

Et l'escompte de 3646 fr. pour 9 mois sera 9 fois plus fort, ou . . . . . $\frac{6 \times 3646 \times 9}{100 \times 12} = \frac{196884}{1200} = 164$ fr. 07 c.

On ne toucherait donc que $3646^f - 164^f07^c$ ou 3481 fr. 93 c.

2e Exemple. *Un billet de 3646 fr., payable dans 9 mois, a été escompté 3481 fr. 93 c., argent comptant; quel est le taux de l'escompte?*

L'escompte étant 164 fr. 07 c., différence entre 3646 fr. et 3481 fr. 93 c., on raisonnera de la manière suivante :

Si pour 3646 fr. pendant 9 mois on a pris 164^f07^c d'escompte

pour 1 fr. pendant 9 mois on en aurait pris 3646 fois moins, ou $\frac{164\,07}{3646}$

pour 1 fr. pendant 1 mois on en prendra 9 fois moins, ou . . $\frac{164{,}07}{3646 \times 9}$

pour 100 fr. pendant 1 mois on en prendra 100 fois plus, ou . $\frac{164{,}07 \times 100}{3646 \times 9}$

pour 100 fr. pendant 12 mois ou un an on en aurait pris 12 fois plus, ou . . . . . $\frac{164{,}07 \times 100 \times 12}{3646 \times 9} = \frac{196884}{32814} = 6$ fr.

L'escompte serait donc de 6 p. 0/0.

3e Exemple. *Un billet de 3646 fr. ayant été escompté à 6 p. 0/0 par an, on a reçu 3481 fr. 93 c. comptant; à quelle époque le billet était-il payable?*

L'escompte étant toujours 164 fr. 07 c., on raisonnera ainsi qu'il suit :

Si 6 fr. est l'escompte d'un billet de 100 fr. pendant un an, ou. . . . . 12 mois.

1 fr. sera l'escompte d'un billet de 100 fr. pour 6 fois moins de temps, ou. . . . . $\frac{12}{6}$

1 fr. sera l'escompte d'un billet de 1 fr. pour 100 fois plus de temps, ou . . . . . $\frac{12 \times 100}{6}$

164 fr. 07 c. sera l'escompte d'un billet de 1 fr. pour 164,07 fois plus de temps, ou . . . . . $\frac{12 \times 100 \times 164{,}07}{6}$

et 164 fr. 07 c. sera l'escompte d'un billet de 3646 fr. pour 3646 fois moins de temps, ou . . . . . $\frac{12 \times 100 \times 164{,}07}{6 \times 3646} = \frac{196884}{21876} = 9$ mois.

Le billet était donc payable dans 9 mois.

On traitera d'une manière analogue toutes les autres questions d'escompte.

Règle de société.

134. On appelle *règle de compagnie* ou *de société* une règle qui a pour but de partager entre plusieurs associés *le bénéfice* ou *la perte* résultant d'une entreprise quelconque.

Le bénéfice ou la perte de chaque associé est relative à sa mise de fonds et aussi au temps pendant lequel cette mise est restée dans la société.

1° Supposons d'abord que ce temps soit le même pour toutes les mises et *soit proposé de partager un gain de 4500 fr. entre trois associés, dont les mises seraient respectivement 300 fr., 500 et 700 fr.*

1500 fr., ou les trois mises réunies, ayant produit. . . . . 4500f de bénéfice,

1 fr. aura produit 1500 fois moins, ou $\frac{4500}{1500} = \frac{45}{15} = 3$ fr.

Les gains relatifs aux mises 300 fr., 500 fr., 700 fr. seront donc les produits de 3 fr. par les nombres 300, 500, 700, et l'on aura :

Pour la part du 1er . . . . . $300 \times 3 = 900$
— — du 2e. . . . . $500 \times 3 = 1500$
— — du 3e. . . . . $700 \times 3 = 2100$

Bénéfice total. . . . . 4500f.

2° Si les mises ne sont pas toutes de la même époque, on ramène ce cas au précédent en multipliant chaque mise par le temps pendant lequel elle est restée dans la société.

Exemple. *Les mises de trois associés étant 100 fr., 250 fr., 175 fr., la première a été 3 ans dans la société, la seconde, 2 ans, et la troisième, 4 ans; le gain total est 4500 fr.; quel est le gain de chaque associé?*

On observe que 100 fr., placés pendant 3 ans, rapportent autant que 3 fois 100 fr. ou 300 fr., placés pendant un an; que 250 fr., placés pendant 2 ans, rapportent autant que 2 fois 250 fr. ou 500 fr., placés pendant un an; et que 175 fr., placés pendant 4 ans, rapportent autant que 4 fois 175 fr. ou 700 fr., placés pendant un an. Les mises étant les mêmes que dans le premier cas, les gains doivent être aussi les mêmes.

Autre exemple. *Trois loueurs de chevaux fournissent 30 chevaux pour le transport de munitions; le premier en donne 10 pendant 10 jours, le second 6 pendant 8 jours, et le troisième 14 pendant 9 jours; il leur revient une somme de 822 fr.; combien chacun d'eux aura-t-il?*

Fournir 10 chevaux pendant 10 jours revient à fournir 10 fois 10 ou 100 chevaux pendant un jour;

Fournir 6 chevaux pendant 8 jours revient à fournir 6 fois 8 ou 48 chevaux pendant un jour;

Fournir 14 chevaux pendant 9 jours revient à fournir 14 fois 9 ou 126 chevaux pendant un jour.

La somme des journées de chevaux étant 274, on dira :

Puisque 274 journées ont produit 822f
1 journée a produit 274 fois moins, ou $\frac{822}{274}$ = 3f
et l'on aura pour la part du 1er . . . . . 100 × 3 = 300
— — 2e . . . . . 48 × 3 = 144
— — 3e . . . . . 126 × 3 = 378

Somme égale . . . . . 822f.

Règle de mélange.

135. Cette règle a pour objet, ou de trouver la valeur moyenne de plusieurs choses de même espèce, mais de différents prix ; ou bien de déterminer le nombre de choses de chaque espèce qui doivent entrer dans un mélange, pour qu'il ait une valeur fixée d'avance.

1er Exemple. *Un marchand de vin a mêlé ensemble des vins de différentes qualités, savoir : 150 litres à 60 c. le litre, 80 litres à 75 c. et 100 litres à 80 c.; quel est le prix moyen du mélange, ou quel est le prix du litre du mélange?*

Il est aisé de voir que, pour trouver la réponse à la question, il faut évaluer le prix de la totalité du mélange et diviser ensuite ce prix par le nombre des litres mélangés.

Or, 150 litres à 0,f60c le litre, font . . . 90,f00c
80 litres à 0, 75 . . . . . 60, 00
100 litres à 0, 80 . . . . . 80, 00
330 litres, qui font 230f,00c

Si 330 litres du mélange coûtent 230f
1 litre du mélange coûtera 330 fois moins, ou . . . . . $\frac{230}{330} = \frac{23}{33} = 0^f,69^c69$.

2e Exemple. *Mélanger des essences à 14 francs et à 24 francs le litre, de manière que le mélange revienne à 20 francs le litre.*

Chaque litre à 14f qu'on vendrait 20f procurerait 20 — 14, ou 6 francs de gain; et chaque litre à 24f qu'on vendrait 20f donnerait 24 — 20, ou 4 francs de perte; par conséquent, pour que le gain compense la perte, il suffira de mêler 4 litres à 14f avec 6 litres à 24f, et l'on aura :

$$4 \times 14 = 56$$
$$6 \times 24 = 144$$

En tout 10 litres valant 200f

Il est évident que si 10 litres valent. 200f
1 litre vaudra dix fois moins,
ou . . . . . $\frac{200}{10} = 20^f$.

136. Il faut rapporter à cette règle l'opération par laquelle on prend un milieu entre divers résultats fournis par l'observation ou l'expérience, et qui ne s'accordent pas entre eux.

Exemple. *On a mesuré à quatre reprises différentes une certaine longueur; la première fois, on a trouvé pour cette longueur 250^{m},43; la seconde 250,^{m}69; la troisième 249,^{m}75; et enfin la quatrième 251^{m},16; quel nombre faudra-t-il adopter pour représenter la longueur en question?*

On prendra ce qu'on appelle une moyenne entre tous les nombres qui ne s'accordent pas. On trouvera cette moyenne en divisant la somme de toutes les mesures trouvées par leur nombre, qui est ici 4.

$$\begin{array}{r} 250,^{m}43 \\ 250,\ 69 \\ 249,\ 75 \\ 251,\ 16 \\ \hline 1002,\ 03 \end{array}$$

Moyenne cherchée $= \frac{1002,03}{4} = 250^{m},5075.$

Règle d'alliage.

137. *Un alliage* est le résultat qu'on obtient en combinant par la fusion plusieurs métaux.

Un mélange étant le résultat de la combinaison de plusieurs liquides ou espèces de grains, les règles d'alliage et de mélange ont absolument le même but; cependant la règle d'alliage sert encore à déterminer *le titre des monnaies,* c'est-à-dire la quantité d'or pur ou d'argent pur qu'elles renferment.

1er Exemple. *Un fondeur met dans un creuset 72 kilogrammes de cuivre et 14 kilogrammes d'étain; le kilogramme de cuivre vaut 2,^{f}80^{c}, celui d'étain 2,^{f}10^{c}; trouver le prix du kilogramme de cet alliage?*

72 kilogrammes de cuivre	à 2,^{f}80	font 201,^{f}60
14 kilogrammes d'étain	à 2,^{f}10	font 29,^{f}40
Les 86 kilogrammes d'alliage font donc . .		231,^{f}00

Si 86 kilog. d'alliage valent 231
1 kilog. d'alliage vaudra 86 fois moins, ou. . . $\frac{231}{86} = 2^f,68$

2e Exemple. *On fond 4 kilogrammes d'argent, dont chacun contient $\frac{1}{12}$ de kilogramme de cuivre, avec 12 kilogrammes d'argent, dont chacun contient $\frac{1}{9}$ de kilogramme de cuivre; dans quelle proportion le cuivre se trouve-t-il dans chaque kilogramme de cet alliage?*

Dans le premier lingot, il y a $\frac{4}{12}$ de kilogramme de cuivre, dans le deuxième $\frac{12}{9}$; en ajoutant on a pour la quantité de cuivre contenue dans l'alliage :

$$\frac{4}{12} + \frac{12}{9} = \frac{2}{6} + \frac{4}{3} = \frac{6}{18} + \frac{24}{18} = \frac{30}{18} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3} \text{ de kilog.}$$

Le lingot pesant en tout 16 kilogrammes, on trouvera la quantité de cuivre contenue dans un kilogramme en disant :

Si dans 16 kilog. d'alliage il entre $\frac{5}{3}$ de kilog. de cuivre,
dans 1 kilog. d'alliage il en entre 16 fois moins ou $\frac{5}{3 \times 16} = \frac{5}{48} = 0^k.104$.

3e et dernier exemple. *On a fait fondre ensemble 60 grammes d'or au titre de 0,9 avec 49 grammes au titre de 0,7; quel est le titre de l'alliage résultant?*

60 grammes d'or, au titre de 0,9, contiennent
les $\frac{9}{10}$ de 60 grammes en or pur, qui font $54,^{gr}$
49 grammes d'or, au titre de 0,7, contiennent
en or pur 34, 3

109 grammes d'alliage contiennent donc en
or pur . . . . . $88,^{gr}3$
1 gramme d'alliage contiendra 109 fois moins,
ou . . . . . $\frac{88,3}{109} = 0,^{gr}8$

La fraction 0,8 représente donc la quantité d'or pur contenue dans un gramme et, par conséquent, dans les 109 grammes de l'alliage proposé; elle est le titre de cet alliage.

14e Leçon. Proportions.

PROPRIÉTÉ FONDAMENTALE DES PROPORTIONS, ÉGALITÉ DU PRODUIT DES EXTRÊMES AU PRODUIT DES MOYENS.

CONNAISSANT 3 TERMES D'UNE PROPORTION, TROUVER LE 4e.

DANS TOUTE PROPORTION LA SOMME DES ANTÉCÉDENTS EST A LA SOMME DES CONSÉQUENTS COMME UN SEUL ANTÉCÉDENT EST A SON CONSÉQUENT.

INDICATION SOMMAIRE DES MOYENS DE GÉNÉRALISER, PAR L'EMPLOI DES NOTATIONS ALGÉBRIQUES, LES RÉSULTATS OBTENUS EN ARITHMÉTIQUE ET D'OBTENIR AINSI DES FORMULES APPLICABLES A LA RÉSOLUTION DE TOUTES LES QUESTIONS DE MÊME ESPÈCE.

---

138. Nous avons vu dans le chapitre précédent (121) qu'un *rapport* est le quotient de deux quantités, soit entières, soit fractionnaires.

Une proportion est l'égalité de deux rapports. Ainsi, le quotient de 12 par 4 étant égal au quotient de 18 par 6, ces quatre nombres forment une proportion qu'on écrit 12 : 4 :: 18 : 6, et qu'on énonce 12 est à 4 comme 18 est à 6.

Les quatre nombres qui entrent dans cette proportion en sont appelés les *termes*. On donne le nom d'*antécédents* au premier et au troisième terme, et de *conséquents* au deuxième et au quatrième; le premier et le quatrième terme sont encore appelés *les extrêmes*, le deuxième et le troisième *les moyens*.

139. *Propriété fondamentale des proportions; égalité du produit des extrêmes au produit des moyens.* La propriété fondamentale de toute proportion est que *le produit des extrêmes est égal au produit des moyens.*

Soit la proportion 15 : 5 :: 12 : 4; on aura $15 \times 4 = 5 \times 12$.

En effet, on peut mettre la proportion sous la forme suivante :

$$\frac{15}{5} = \frac{12}{4}$$

Si l'on réduit ces nombres fractionnaires au même dénominateur, on aura :

$$\frac{15 \times 4}{5 \times 4} = \frac{12 \times 5}{4 \times 5}$$

En supprimant le diviseur 5×4, commun aux deux membres de l'égalité, il restera en définitive $15 \times 4 = 12 \times 5$, ou le produit des extrêmes égal au produit des moyens ; ce qu'il fallait démontrer.

On démontrerait, d'une manière inverse, que, si le produit de deux nombres est égal au produit de deux autres nombres, ces quatre nombres forment une proportion dans laquelle l'un des produits est celui des extrêmes et l'autre celui des moyens.

140. On peut faire subir à une proportion tous les changements qui ne troublent pas l'égalité entre le produit des extrêmes et celui des moyens.

Ces changements sont au nombre de huit :

Soit toujours la proportion	15 : 5 :: 12 : 4
On peut changer les moyens de place . . .	15 : 12 :: 5 : 4
Mettre les antécédents à la place des conséquents	12 : 15 :: 4 : 5
Changer les moyens de place.	12 : 4 :: 15 : 5
Revenant à la première proportion, on peut aussi mettre les antécédents à la place des conséquents	5 : 15 :: 4 : 12
Changer les moyens de place.	5 : 4 :: 15 : 12
Mettre les antécédents à la plaec des conséquents	4 : 5 :: 12 : 15
Enfin, changer les moyens de place	4 : 12 :: 5 : 15

Il est facile de s'assurer que dans chacune de ces proportions le produit des extrêmes est égal à celui des moyens.

141. *Connaissant trois termes d'une proportion, trouver le quatrième.* Dans toute proportion, *un extrême est égal au produit des moyens divisé par l'autre extrême.*

Ainsi, dans la proportion 15 : 5 :: 12 : 4, l'extrême $4 = \frac{5 \times 12}{15}$.

En effet, si l'on fait le produit des extrêmes égal au produit des moyens, on a :

$$15 \times 4 = 5 \times 12.$$

En divisant par 15 les deux membres de l'égalité, on obtient :

$$\frac{15 \times 4}{15} = \frac{5 \times 12}{15}$$

et en retranchant le multiplicateur et le diviseur commun 15 dans le premier membre de l'égalité, on a :

$$4 = \frac{5 \times 12}{15},$$

ce qu'il fallait démontrer.

On prouverait, par un raisonnement analogue, que *chaque moyen est égal au produit des extrêmes divisé par l'autre moyen.*

142. Par conséquent, *quand un extrême manque dans une proportion, on l'obtient en faisant le produit des moyens et en divisant ce produit par l'extrême connu; quand c'est un moyen qui manque, on multiplie les deux extrêmes et l'on divise le produit par le moyen connu.*

Soit à trouver le quatrième terme de la proportion 36 : 6 :: 12 : x, dont les trois premiers termes sont connus. *(On désigne habituellement par x le terme inconnu.)*

En faisant comme tout à l'heure le produit des extrêmes égal au produit des moyens, on aura :

$$36\,x = 6 \times 12.$$

En divisant par 36 les deux termes de cette égalité, elle deviendra :

$$\frac{36\,x}{36} = \frac{6 \times 12}{36}$$

et en retranchant le multiplicateur et le diviseur commun 36 dans le premier membre de l'égalité, on aura enfin :

$$x = \frac{6 \times 12}{36} = \frac{72}{36} = 2, \text{ terme cherché.}$$

On trouverait de même que le deuxième terme de la proportion 36 : x :: 12 : 2 serait :

$$x = \frac{36 \times 2}{12} = \frac{72}{12} = 6$$

En se bornant à faire immédiatement le produit des extrêmes et à diviser ce produit par le moyen connu ; c'est de cette manière que, dans la pratique, on devra désormais opérer.

143. *Dans toute proportion la somme des antécédents est à la somme des conséquents comme un antécédent est à son conséquent.* Soit toujours la proportion 36 : 6 :: 12 : 2.

En changeant les moyens de place, cette proportion devient :

$$36 : 12 :: 6 : 2$$
$$\text{ou } \frac{36}{12} = \frac{6}{2}$$

On peut, sans troubler l'égalité, ajouter au premier membre $\frac{12}{12} = 1$ et au second membre $\frac{2}{2} = 1$ et l'on a :

$$\frac{36}{12} + \frac{12}{12} = \frac{6}{2} + \frac{2}{2}$$
$$\text{ou } \frac{36 + 12}{12} = \frac{6 + 2}{2};$$

ce qui donne $36 + 12 : 12 :: 6 + 2 : 2$

ou $36 + 12 : 6 + 2 :: 12 : 2$,

ce qu'il fallait démontrer.

Autres propriétés des proportions.

144. Indépendamment des propriétés que nous venons de démontrer (139, 143), et qui rentrent dans les prescriptions du programme, les proportions jouissent d'autres propriétés secondaires qui sont d'une application constante en géométrie; nous croyons devoir en faire connaître les plus importantes.

145. 1° *Si l'on multiplie deux proportions par ordre, c'est-à-dire terme par terme, on obtient quatre produits qui sont en proportion.*

Ainsi, les deux proportions :

$$12 : 4 :: 15 : 5$$
$$7 : 3 :: 14 : 6$$

multipliées terme par terme donneront :

$$12 \times 7 : 4 \times 3 :: 15 \times 14 : 5 \times 6.$$

En effet, ces deux proportions peuvent être mises sous la forme suivante :

$$\frac{12}{4} = \frac{15}{5}$$
$$\frac{7}{3} = \frac{14}{6}$$

En multipliant membre par membre on aura :

$$\frac{12}{4} \times \frac{7}{3} = \frac{15}{5} \times \frac{14}{6}$$

ou bien . . . . . $\frac{12 \times 7}{4 \times 3} = \frac{15 \times 14}{5 \times 6}$

d'où l'on tire, $12 \times 7 : 4 \times 3 :: 15 \times 14 : 5 \times 6$, ce qu'il fallait démontrer.

On pourrait de même multiplier trois, quatre, etc., proportions terme par terme, et les produits obtenus seraient toujours en proportion.

146. 2° *Quand deux proportions ont un rapport commun, les deux autres rapports sont en proportion :*

Ainsi, si l'on a :

$$12 : 4 :: 15 : 5$$
$$18 : 6 :: 15 : 5,$$

on aura la proportion $12 : 4 :: 18 : 6.$

En effet, les deux proportions peuvent être mises sous la forme suivante :

$$\frac{12}{4} = \frac{15}{5}$$
$$\frac{18}{6} = \frac{15}{5}$$

Deux quantités égales à une troisième étant égales entre elles, on a :

$$\frac{12}{4} = \frac{18}{6}$$

d'où l'on tire la proportion 12 : 4 :: 18 : 6, ce qu'il fallait démontrer.

147. 3° *Quand deux proportions ont les mêmes antécédents ou les mêmes conséquents, les antécédents ou les conséquents forment une proportion.*

Soient, par exemple, les deux proportions :

$$24 : 8 :: 18 : 6$$
$$24 : 12 :: 18 : 9$$

on tire en intervertissant l'ordre des moyens :

$$24 : 18 :: 8 : 6$$
$$24 : 18 :: 12 : 9$$

et par conséquent, $8 : 6 :: 12 : 9.$

On démontrerait de même que si les conséquents sont les mêmes, les antécédents forment une proportion.

148. 4° *Dans toute proportion, la somme ou la différence des deux premiers termes est au deuxième, comme la somme ou la différence des deux autres termes est au quatrième.*

C'est-à-dire que d'une proportion quelconque, telle que

$$24 : 8 :: 12 : 4,$$

on tire ces deux autres :

$$24 + 8 : 8 :: 12 + 4 : 4$$
$$24 - 8 : 8 :: 12 - 4 : 4.$$

En effet, chaque antécédent augmenté ou diminué de son conséquent comprend une fois de plus ou de moins ce conséquent; donc, après que l'on a augmenté ou diminué chaque antécédent de son conséquent, les quotients des deux rapports sont chacun augmentés ou diminués d'une unité; mais ils étaient d'abord égaux, donc ils le sont encore; par conséquent, les nouveaux antécédents et les conséquents primitifs forment encore une proportion.

149. 5° *Dans toute proportion, la somme ou la différence des deux premiers termes est au premier terme, comme la somme ou la différence des deux autres termes est au troisième.*

En effet, la proportion . . . . . $24 : 8 :: 12 : 4$
donnant . . . . . $24 \pm 8 : 8 :: 12 \pm 4 : 4$

On tire, en observant que les conséquents sont les mêmes dans les deux proportions :

$$24 : 24 \pm 8 :: 12 : 12 \pm 4$$

et en mettant les antécédents à la place des conséquents,

$$24 \pm 8 : 24 :: 12 \pm 4 : 12,$$

ce qu'il fallait démontrer.

150. 6° *Dans une proportion quelconque, la somme ou la différence des antécédents est à la somme ou à la différence des conséquents, comme un des antécédents est à son conséquent.*

Soit toujours la proportion. . . . . $24 : 8 : 12 : 4.$

En intervertissant l'ordre des moyens, on aura :

$$24 : 12 :: 8 : 4.$$

Mais cette proportion donne. . . . . $24 \pm 12 : 24 :: 8 \pm 4 : 8$

ou bien en changeant encore une fois l'ordre des moyens,

$$24 \pm 12 : 8 \pm 4 :: 24 : 8;$$

ce qu'il fallait démontrer.

(Cette propriété a été déjà démontrée (143) par un raisonnement analogue, mais plus simple).

151. 7° *Dans une proportion, la somme des antécédents est à la somme des conséquents, comme la différence des antécédents est à la différence des conséquents.*

En effet, on a, d'après la propriété qui précède, les deux proportions :

$$24 + 12 : 8 + 4 :: 24 : 8$$
$$24 - 12 : 8 - 4 :: 24 : 8$$

En supprimant le rapport commun 24 : 8, on aura :

$$24 + 12 : 8 + 4 :: 24 - 12 : 8 - 4$$

et en intervertissant l'ordre des moyens,

$$24 + 12 : 24 - 12 :: 8 + 4 : 8 - 4.$$

Ce qui conduit à cette nouvelle propriété, que *dans toute proportion, la somme des antécédents est à leur différence, comme la somme des conséquents est à leur différence.*

152. 8° *Dans une suite de rapports égaux, la somme des antécédents est à la somme des conséquents, comme l'un des antécédents est à son conséquent.*

Soit la suite . . . $12 : 4 :: 21 : 7 :: 15 : 5 :: 9 : 3.$

Les deux premiers rapports forment une proportion, d'où l'on tire :

$$12 + 21 : 4 + 7 :: 21 : 7.$$

Remplaçant le rapport 21 : 7 par le rapport équivalent 15 : 5, on aura :

$$12 + 21 : 4 + 7 :: 15 : 5.$$

Cette proportion donne de même que ci-dessus.

$$12 + 21 + 15 : 4 + 7 + 5 :: 15 : 5,$$

ou bien . . . . . $12 + 21 + 15 : 4 + 7 + 5 :: 9 : 3;$

de cette dernière proportion, il vient enfin :

$$12 + 21 + 15 + 9 : 4 + 7 + 5 + 3 :: 9 : 3,$$

ou comme un antécédent quelconque est à son conséquent.

Des notations algébriques.

Indication sommaire des moyens de généraliser, par l'emploi des notations algébriques, les résultats obtenus en arithmétique et d'obtenir ainsi des formules applicables à la résolution de toutes les questions de même espèce.

153. Les lettres de l'alphabet n'ayant pas de valeur par elles-mêmes, sont très-propres à représenter les nombres d'une manière générale. On emploie ordinairement les premières, a, b, c, d..... pour désigner des quantités connues, et les dernières, x, y, z, pour désigner des quantités inconnues. Quand il y a de l'analogie entre plusieurs quantités, on les représente par une même lettre, que l'on affecte d'un ou de plusieurs accents ; les notations, a', a'', a''', s'énoncent à prime, à seconde, à tierce.

154. On indique, ainsi que nous l'avons déjà dit (43), les opérations de l'arithmétique au moyen de certains signes, dont l'usage est continuel.

1° Le signe $+$ marque l'addition et signifie *plus*. L'expression $a + b$ est la somme des quantités a et b, et s'énonce a plus b.

2° Le signe $-$ marque la soustraction et signifie *moins*. L'expression $a - b$ est la différence entre les quantités a et b, et s'énonce a moins b.

En général, l'expression $a + b - c + d - e$ s'énonce a plus b moins c plus d moins e, et signifie qu'il faut ajouter b à a, retrancher c de la somme, ajouter d au reste et enfin retrancher e.

3° Les signes $\times$ et $.$ sont ceux de la multiplication et signifient *multiplié par*. Les expressions $a \times b$ et $a . b$ indiquent l'une et l'autre le produit de a par b et s'énoncent a multiplié par b.

Pour indiquer le produit de a par b, on se borne le plus ordinairement à écrire ces lettres, l'une à la suite de l'autre, sans interposition de signe ; ainsi, la notation $a\,b$ équivaut aux notations $a \times b$, et $a . b$. L'expression $12\,a$ est également le produit de 12 par a ; mais quand les deux facteurs sont des nombres,

cette notation n'est plus permise; on voit bien, en effet, que le produit de 15 par 3, par exemple, ne saurait être représenté par 153.

Chacune des expressions $a \times b \times c \times d \times e$, $a.b.c.d.e$, $a\,b\,c\,d\,e$, signifie qu'il faut multiplier a par b; le produit par c; le second produit par d; et enfin, le troisième par e.

4° Le signe : est celui de la division et signifie *divisé par*. L'expression $a : b$ est le quotient de a par b et s'énonce a divisé par b. On indique aussi la division en séparant le dividende du diviseur par un trait.

Ainsi la notation $\frac{a}{b}$ équivaut à $a : b$.

Les signes qui précèdent donnent lieu à de fausses interprétations dans un grand nombre de cas, et notamment l'orsqu'il s'agit de quantités qui renferment les signes + et —. Pour indiquer, par exemple, le produit de $a - b$ par c, on ne saurait écrire sans inconvénient $a - b \times c$; car cette notation signifie que de a il faut retrancher le produit de b par c.

Afin d'éviter toute ambiguité, on convient, toutes les fois que les signes ordinaires sont insuffisants, d'envelopper chaque quantité entre les crochets d'une parenthèse. Ainsi, on indiquerait comme il suit les quatre opérations de l'arithmétique sur les quantités $a + b$ et $c - d$:

$(a + b) + (c - d)$, $(a + b) - (c - d)$, $(a+b)(c-d)$, $(a + b) : (c - d)$.

155. Quand deux quantités sont égales, on les sépare par le signe =, qui signifie *égale*, et l'expression qui en résulte prend le nom d'*égalité*. Ainsi, $a + b = c - d$ est une égalité qui s'énonce a plus b égale c moins d. Les quantités $a + b$ et $c - d$, placées à droite et à gauche du signe = sont appelées le *premier membre* et le *second membre* de l'égalité.

On peut, sans troubler une égalité, exécuter la même opération sur les deux membres. Ainsi, la lettre k, représentant un nombre quelconque, on déduit de l'égalité $a = b$ les quatre suivantes :

$$a + k = b + k,\ a - k = b - k,\ a\,k = b\,k,\ \frac{a}{k} = \frac{b}{k}$$

On peut aussi, quand on a deux égalités $a = b$, $c = d$, les combiner membre à membre, par addition, soustraction, multiplication ou division ; on aura donc :

$$a + c = b + d,\ a - c = b - d,\ a\,c = b\,d,\ \frac{a}{c} = \frac{d}{b}$$

Lorsque deux quantités sont inégales, on les sépare par l'un des signes $>$, $<$, qui signifient *plus grand que*, *plus petit que*. Les inégalités $12 > 8$ et $8 < 12$ s'énoncent 12 plus grand que 8 et 8 plus petit que 12. On remarque que le plus grand des deux nombres se trouve toujours placé dans l'ouverture du signe et le plus petit vers la pointe

FIN DE LA PREMIÈRE PARTIE.

DEUXIÈME PARTIE.

PROBLÈMES D'ARITHMÉTIQUE

ET

EXERCICES DE CALCUL.

Cette partie sert de complément au cours d'arithmétique; elle se subdivise en deux séries de problèmes.

La 1re comprend des questions spéciales se rattachant presque toutes à l'administration de la guerre et au service militaire. Elles sont, ainsi que le prescrit le programme, résolues par la méthode dite de réduction à l'unité, méthode qui réunit la généralité à la commodité et qui est d'ailleurs la plus propre à former à l'analyse.

La 2e contient, indépendamment des exercices gradués de calcul, des questions se rapportant aux usages les plus ordinaires de la vie; elle ne présente que l'énoncé de ces questions et la réponse à chacune d'elles.

1re Série.

PROBLÈMES PRATIQUES AVEC LES SOLUTIONS.

Nombres entiers et décimaux.

Addition.

1° *On a placé 4 avant-postes au-devant d'un camp; le 1er, composé de 388 hommes, se trouve à 458 mètres du camp; le 2e, composé de 256 hommes, est à 325 mètres du 1er; le 3e, composé de 195 hommes, est à 299 mètres du 2e; le 4e, composé de 97 hommes, est à 245 mètres du 3e. On demande combien il y a d'hommes dans les 4 avant-postes, et de combien de mètres le dernier se trouve séparé du camp?*

La 1re réponse sera donnée par l'addition suivante :

	388
	256
	195
	97
Total...	936 hommes;

et la 2e par l'addition suivante :

	458
	325
	299
	245
Total...	1327 mètres.

2° *Un fourrier de semaine a reçu 4 chargements de foin et d'avoine; le 1er contenait 1850,kg07 de foin et 28,decal5 d'avoine; le 2e, 1575,kg789 de foin et 30,decal28 d'avoine; le 3e contenait 8,kg25 de foin et 3,decal80 d'avoine de plus que la 2e; et la 4e autant de foin et d'avoine que les 2 premiers; quelle quantité de foin et d'avoine a-t-il reçue?*

Il faut chercher le contenu de chaque chargement en foin et en avoine, et additionner les quantités obtenues :

	Foin.	*Avoine.*
1er chargement....	1850,kg07	28,decal5
2e —	1575, 789	30, 28
3e —	1584, 039	34, 08
4e —	3425, 859	58, 78
Total....	8435,kg757	151,decal64

3° *Louis XIV est monté sur le trône en 1643 et a régné 72 ans ; en quelle année est-il mort?*

Il suffit d'ajouter au nombre 1643 le nombre 72, et l'on a :

1643
72

Total. . . . 1715 — Époque de la mort de Louis XIV.

4° *Le Ministre de la guerre a arrêté, de concert avec le Ministre de l'agriculture et du commerce, des dispositions relatives à l'établissement d'instruments d'appréciation spéciaux pour le pesage et la mesure des portions de pain, de viande et de vin des militaires traités dans les hôpitaux ; le jeu pour les pesées de portions de pain se compose de 5 parallélipipèdes oblongs, en fer forgé et limé ;*

Le premier	*du poids de*	*375,g000,*	*représente la*	*portion entière.*
Le second	—	*281, 250*	—	*3/4*
Le troisième	—	*187, 500*	—	*1/2*
Le quatrième	—	*93, 750*	—	*1/4*
Le cinquième	—	*46, 875*	—	*de soupe.*

Combien pèsent-ils ensemble?

La réponse sera donnée par l'addition suivante :

375,g000
281, 250
187, 500
93, 750
46, 875
Total 984,g375
609, 375
Preuve . . . 375, 000

Soustraction.

1° *Le contingent de la classe de 1852 était de 80000 hommes. On a fait une 1re levée de 25846 hommes, une 2e de 20738 hommes, une 3e de 18547 hommes. Combien reste-t-il d'hommes disponibles?*

En additionnant les diverses levées et en retranchant la somme de 80000, le reste sera la réponse au problème.

Contingent . . .	80000
1re levée	25846
2e levée	20738
3e levée	18547
Total des levées	65131
Reste disponible. . . .	14869

2° *Une balle devait parcourir 1328,m75; elle a été arrêtée dans son trajet par un obstacle placé à 1259,m4789 du point de départ. Combien de mètres avait-elle encore à parcourir?*

La réponse à la question sera trouvée en retranchant la distance parcourue de la distance totale à parcourir.

	1328,m7500
	1259, 4789
Reste à parcourir . . .	69,m2711

3° *Henri IV est né en 1554; il est mort en 1610. Combien de temps a-t-il vécu?*

Il suffit de retrancher le nombre 1554 du nombre 1610, et l'on a, pour l'âge de Henri IV:

1610
1554
56 ans.

4° *Le jeu pour les distributions des portions de viande des militaires malades se compose de 4 parallélipipèdes oblongs, en fer forgé et limé, pesant ensemble 350 gr. On demande le poids de la portion entière?*

Sachant que 105 gr. représentent la portion 3/4
70 — 1/2
35 — 1/4

On ajoutera les poids des portions 3/4, 1/2, 1/4, et l'on retranchera le total de 350 en disposant l'opération ainsi qu'il suit :

	350g
	105g
	70
	35
Total....	210g
Reste....	140g. Poids de la portion entière.
Preuve..	350g

Multiplication.

1° *Un militaire entend un coup de canon, 7 secondes après avoir vu la lumière produite par l'inflammation de la poudre. On sait que le son parcourt 340 mètres par seconde ; il s'agit de calculer à quelle distance du canon se trouve le militaire.*

La vitesse de la lumière est tellement grande, qu'il est permis de supposer, sans erreur sensible, qu'on aperçoit l'inflammation de la poudre à l'instant où le coup part. Dans cette hypothèse, le militaire est éloigné du canon de 7 fois 340 mètres, ou $7 \times 340 =$ 2380 mètres.

2° *Sachant que la circonférence est partagée en 360 degrés, le degré en 60 minutes, la minute en 60 secondes, trouver combien il y a de secondes dans un arc de cercle de 25°, 30', 45".*

On aura, d'après ce qui a été dit (31) pour la conversion des jours, heures, etc., en secondes :

```
   25
   60
 ----
 1500
   30
 ----
 1530
   60
 ----
91800
   45
 ----
91845 secondes.
```

3° *Un maréchal des logis part en détachement pour 8 jours avec 2 brigadiers, 1 trompette, 4 cavaliers de 1re classe, 11 de 2e; quelle somme doit-il emporter pour faire la solde pendant ces 8 jours, en admettant que ce détachement soit sur le pied de station?*

1 maréchal des logis. . .	8 jours à 0,f88c . . .	7,f04c
2 brigadiers.	16 jours à 0, 58 . . .	9, 28
1 trompette	8 jours à 0, 65 . . .	5, 20
4 cavaliers de 1re classe .	32 jours à 0, 48 . . .	15, 36
11 cavaliers de 2e classe. .	88 jours à 0, 43 . . .	37, 84
	Somme à emporter	74,f72c

4° *Un maréchal des logis conduit un détachement composé de 3 brigadiers, 6 cavaliers de 1re classe, 14 de 2e, et 2 trompettes; la route doit durer 9 jours; le 6e jour il reçoit l'ordre de détacher 1 brigadier avec 1 trompette, 2 cavaliers de 1re classe et 6 de 2e. Quelle est la somme totale qui doit être mise à sa disposition, et quel est le montant de celle qu'il doit remettre le 6e jour au brigadier qui conserve avec lui la fraction du détachement? On sait qu'en route la solde se paie par jour.*

1 maréchal des logis. . . .	9 jours à 0,f98c . . .	8,f82c
3 brigadiers	27 jours à 0, 68 . . .	18, 36
1 trompette	18 jours à 0, 90 . . .	16, 20
6 cavaliers de 1re classe .	54 jours à 0, 58 . . .	31, 32
14 cavaliers de 2e classe. .	126 jours à 0, 53 . . .	66, 78
	Le maréchal des logis recevra	141,f48c
1 brigadier	4 jours à 0,f68c . . .	2,f72c
1 trompette	4 jours à 0, 90 . . .	3, 60
2 cavaliers de 1re classe .	8 jours à 0, 58 . . .	4, 64
6 cavaliers de 2e classe. .	24 jours à 0, 53 . . .	12, 72
	Le maréchal des logis laissera au brigadier. . . .	23,f68c

5° *Totaliser le prêt ou solde de 5 jours sur le pied de station d'un escadron de cavalerie de ligne ainsi composé:*

1 maréchal des logis chef,
1 fourrier,

6 maréchaux des logis,
1 brigadier-fourrier,
8 trompettes,
12 brigadiers,
32 cavaliers de 1re classe,
70 cavaliers de 2e classe,
2 enfants de troupe de 13 ans.

1 maréchal des logis chef.	5 jours à 1,f21c ...	6,f05c
1 fourrier	5 jours à 0, 88 ...	4, 40
6 maréchaux des logis...	30 jours à 0, 88 ...	26, 40
1 brigadier-fourrier.....	5 jours à 0, 78 ...	3, 90
8 trompettes	40 jours à 0, 65 ...	26, 00
12 brigadiers.....	60 jours à 0, 58 ...	34, 80
32 cavaliers de 1re classe ..	160 jours à 0, 48 . .	76, 80
70 cavaliers de 2e classe...	350 jours à 0, 43 ...	150, 50
2 enf. de troupe de 13 ans.	10 jours à 0, 26 ...	2, 60
	Total du prêt	331,f45c

6° *L'allocation de bois est fixée ainsi qu'il suit pour la cuisson des aliments :*

Fourneau système Chouman à 2 marmites... 40kg par jour.
Fourneau ancien modèle à 1 marmite..... 25kg —

Ceci étant donné, quelle est la quantité de combustible à allouer à trois escadrons pour 30 jours, sachant que deux escadrons emploient chacun un fourneau premier système, et le troisième 2 fourneaux ancien modèle?

2 fourneaux système Chouman..	30 jours à 40kg..	1200kg
2 — ancien système....	30 jours à 25kg..	750
	Total à allouer....	1950kg

7° *La ration individuelle pour les sous-officiers étant allouée pour le complet déterminé à raison de 1,kg60 par jour et par sous-officier; quelle est la quantité de bois revenant à 5 escadrons pour 15 jours? (Le nombre des sous-officiers est de 9 par escadron).*

5 escadrons à 9 sous-officiers font 45 sous-officiers, qui recevront pour 15 jours 15 fois 45 rations de bois ou 675 rations, qui, à 1,kg60 l'une, font 1080kg.

8° *Le chauffage des chambres étant alloué à raison de 2 rations à 30kg l'une par escadron et par jour, combien revient-il de bois à un régiment entier pour 8 jours, le peloton hors rang étant compté pour un escadron et $\frac{1}{2}$, l'infirmerie et les ateliers pour $\frac{1}{2}$ escadron?*

On raisonnera de la manière suivante :

1 escadron recevant par jour 2 rations à 30kg ou 60kg,

1 escadron recevra pour 8 jours 8 fois 60kg ou.. 480kg;

7 escadrons (le régiment étant composé de 5 escadrons, le peloton hors rang, l'infirmerie et les ateliers comptant pour 2 escadrons) recevront pour 8 jours 7 fois 480kg ou 3360kg.

9° *Un capitaine d'infanterie de 1re classe reçoit par jour 6,f666 en station, le $\frac{1}{4}$ en sus de supplément de solde dans Paris, et 1,f50 d'indemnité de logement; quel est le montant de sa solde par an sur le pied de station?*

La solde des officiers se calculant à raison de 360 jours par an, on ajoutera les diverses allocations par jour, et l'on multipliera la somme par 360, ainsi qu'il suit :

Solde de station.....	6,f666
Le quart en supplément ou.	1, 666
Indemnité de logement....	1, 50
Total par jour....	9,f832
	360
	589 92 0
	2949 6. .
	3539,f52.c0

Division.

1.° *Un soldat part le 1er mars; il a 30 étapes à parcourir; on demande quel jour il arrivera à sa destination, en admettant qu'il lui soit accordé un jour de repos sur 3 jours de marche?*

Si le soldat faisait une étape par jour sans se reposer, il arriverait à sa destination le 30 mars; mais il se repose 1 jour sur 3, et, par conséquent, sur 30 jours,

$$30 : 3 = 10 \text{ jours.}$$

Il arrivera donc à sa destination 10 jours après ou le 9 avril au soir, le mois de mars ayant 31 jours.

2° *Un chef de détachement a 540 soldats pour établir un cordon de sentinelles sur une route de 9720 mètres de longueur; on demande à quelle distance il devra placer les sentinelles l'une de l'autre?*

Il est évident qu'il y aura autant de mètres de distance d'une sentinelle à l'autre, que le nombre 9720 contiendra de fois 540.

On aura donc 9720 : 540 = 972 : 54 = 18 mètres.

3° *L'avoine pèse en moyenne 44,^{kg}5 l'hectolitre; combien y a-t-il d'hectolitres dans une voiture contenant 1550 kilogr.?*

Il est évident aussi qu'il y aura dans la voiture autant d'hectolitres et de parties d'hectolitre d'avoine que le nombre 1550 contiendra de fois et de parties de fois 44,5.

On aura donc 1550 : 44,5 = 15500 : 445 = 34,^{hect}83.

4° *Les chevaux de la gendarmerie ont occasionné pendant l'année 1853 une dépense en fourrage de 5575087 francs. On demande quel a été le nombre de chevaux si la ration a coûté 1,^{f}13^{c}, et si chaque cheval n'a reçu qu'une ration par jour?*

On cherchera d'abord le nombre total des rations en divisant 5575087 par 1,^{f}13;

Ce qui donne 5575087 : 1,13 = 557508700 : 113 = 4933705 rations.

Chaque cheval ayant reçu 365 rations dans l'année, on obtiendra la réponse demandée en divisant 4933705 par 365;

Ce qui donne, en définitive, 4933705 : 365 = 13517 chevaux.

5° *L'abonnement du maître-sellier pour l'entretien du harnachement est fixé à 7,^{f}44^{c} par cheval et par an; quelle est la somme à payer pour un trimestre, sachant que le nombre des journées de présence des chevaux pendant le trimestre a été de 52376?*

Le prix d'abonnement par cheval étant de 7,^{f}44 par an,

Il sera 7,^{f}44 : 365 = 0,^{f}02038 par journée;

Et, par conséquent, la somme à payer au maître-sellier, pour les 52376 journées de présence pendant le trimestre, sera 52376 × 0,^{f}02038 = 1067,^{f}42.

6° *L'État alloue 18 francs par cheval et par an pour subvenir aux dépenses diverses relatives aux chevaux; quelle somme le régiment doit-il recevoir pour 9 mois, sachant que le nombre des journées de présence s'est élevé pendant le 1er trimestre à 45358?*

En supposant, pour simplifier la question, que l'année se compte à raison de 360 jours par an, on connaîtra la somme allouée par jour pour chaque cheval en divisant 18 fr. par 360;

$$18 : 360 = 0,^{f}05^{c}$$

Les journées de présence pour le 1er trimestre s'élevant à 45358,
— pour 9 mois ou 3 trimestres s'élèveront à 3 fois 45358 ou 136074, qui, à raison de 0,f05 l'une, font

$$136074 \times 0,^{f}05^{c} = 6803,^{f}70^{c}.$$

7° *Un habit de grande tenue a une durée réglementaire de 3 ans et coûte 17,f40.*

Au bout de 2 ans 10 jours, un homme égare son habit et s'en fait donner un autre au magasin du corps; quelle est la moins-value qu'il doit payer sur sa masse, pour être quitte envers l'État?

En supposant, comme dans l'exemple précédent, que le décompte se fasse à raison de 360 jours par an, on trouvera la valeur proportionnelle de l'effet par jour en divisant 17,f40 par 3 × 360 jours ou 1080 jours, durée légale;

$$17,^{f}40 : 1080 = 0,^{f}01611.$$

L'habit ayant fait 2 ans, 10 jours, ou 730 jours, avait encore à faire 1080 — 730 = 350 jours, qui, à raison de 0,f01611 par jour, donnent pour la moins-value à payer sur la masse d'entretien 5,f63,c85.

8° *Trouver combien de secondes a parcourues chaque jour sur une circonférence un mobile qui a parcouru la circonférence entière en 144 jours.*

Il faut d'abord chercher combien la circonférence contient de secondes :

$$\begin{array}{r} 360 \\ 60 \\ \hline 21600 \\ 60 \\ \hline 1296000 \end{array} \text{ secondes.}$$

Il est évident que si le mobile a parcouru en 144 jours la circonférence entière, ou 1296000 secondes, il aura parcouru chaque jour 144 fois moins; il suffit donc de diviser 1296000 par 144, et l'on a :

1296000 : 144 = 9000 secondes.

Questions diverses sur les quatre premières opérations.

Nombres entiers et décimaux.

1° *Combien faudra-t-il faire de trous pour les marmites d'un 1/2 bataillon d'infanterie, dans lequel la compagnie est de 64 hommes, les cadres compris?*

On sait que la marmite de campement contient 8 rations; et que 2 marmites sont accouplées et mises dans le même trou; en conséquence, chaque trou doit chauffer de la soupe pour 16 hommes; il faudra donc 64 : 16 = 4 trous par compagnie.

Le bataillon d'infanterie se compose de 8 compagnies; le 1/2 bataillon se compose de 4 compagnies, et il faudra 4 × 4 = 16 trous de marmites.

2° *Combien faut-il de baraques pour camper un bataillon de chasseurs à pied qui doit occuper des baraques de 16 hommes?*

L'état-major du bataillon se compose de 3 officiers : le chef de bataillon commandant, le capitaine adjudant-major, le médecin aide-major, qui occupent chacun une baraque; donc 3 baraques.

Le petit état-major se compose de : 1 adjudant sous-officier, qui occupe une baraque; 1 sergent-major vaguemestre, qui occupe une baraque; 1 sergent clairon et 1 caporal clairon, qui occupent une baraque; ce qui fait en tout . . . . . 3 —

Les huit capitaines de compagnie occupent chacun une baraque, ce qui fait. . . . . 8 —

Les 8 lieutenants et les 8 sous-lieutenants sont logés 2 par 2, et occupent par conséquent . . . . . 8 baraques.

Chaque compagnie est ainsi composée :

1 sergent-major,
5 sergents, dont un sergent de tir,
1 fourrier,
8 caporaux,
4 clairons,
1 enfant de troupe,
76 chasseurs, ou plus, selon l'effectif.

Total 96 hommes de troupe, qui occuperont 96 : 16 = 6 baraques ; les 8 compagnies occuperont donc 8 × 6 = 48 baraques . . . . . 48 —

Total . . . . 70 baraques.

En outre de cela, se trouvent encore un abri pour la garde de police et des abris pour les chevaux d'officiers.

3° *Des expériences comparatives entre le bois au poids et le bois à la mesure ont été faites dans un hôpital militaire de Paris ; on a pesé séparément 3 stères de bois neuf pris dans différentes parties du chantier, et l'on a trouvé pour le 1er... 423 kil., pour le 2e... 446 kil., pour le 3e... 449 kil. ; cela posé, on demande quel est le poids moyen d'un stère de bois neuf ?*

Il suffit d'ajouter les 3 pesées et de diviser le total par 3, et l'on a :

423
446
449

1318 : 3 = 439,kg33 pour le poids moyen cherché.

On a trouvé par des expériences analogues :

Pour le poids moyen d'un stère de bois de gravier . . 397,kg66
— — de traverse . 392,kg33

4° *Déterminer la densité gravimétrique d'une poudre.*

On nomme gravimètre une mesure ayant exactement la contenance d'un décimètre cube (litre), que l'on remplit au moyen

d'un entonnoir qui s'y adapte, et qui laisse tomber lentement la poudre dans la mesure où elle s'arrange d'elle-même; le poids de poudre non tassée que contient cette mesure est la densité gravimétrique. Une bonne poudre doit avoir de 0kg,820 à 0kg,830.

Or, pour déterminer la densité gravimétrique d'une bonne poudre, on pèse successivement plusieurs litres, et l'on prend la moyenne des résultats, c'est-à-dire qu'on divise la totalité des pesées par le nombre des pesées.

Si la	1re	épreuve donne	0kg,840
—	2e	—	0 , 825
—	3e	—	0 , 815
—	4e	—	0 , 835
—	5e	—	0 , 820

on aura pour la densité gravimétriq. cherchée 4kg,135 : 5 = 0kg,827.

5° *Une bataille a duré 10 heures; chaque pièce de canon a tiré 7 coups par heure, la charge d'une pièce étant de 4 kilogr. de poudre coûtant chacun 1f,80, et la dépense pour toute la poudre employée ayant été de 15120 francs; combien y avait-il de pièces de canon?*

On cherche d'abord la quantité de poudre consommée par heure par pièce, et l'on a 4 × 7 = 28 kil.

Ensuite, la somme dépensée par heure par pièce en multipliant 28 par 1f,80, prix du kilogramme, 28 × 1f,80 = 50f,40.

On trouvera enfin le nombre de pièces en divisant 15120 fr. par 50f,40 × 10 = 504; ce qui donne :

15120 : 504 = 30 pièces.

6° *Un escadron de cavalerie de ligne de 125 chevaux arrive dans un village et doit y percevoir 125 rations de fourrage, à raison de 4kg,5 la ration; mais le fournisseur, n'ayant point été prévenu à temps, n'a que des bottes manutentionnées, à raison de 6kg,5 l'une; combien le fourrier doit-il prendre de bottes pour 125 chevaux?*

Le fourrier doit recevoir 125 rations à 4kg,5 ou 125 × 4kg,5 = 562kg,5.

Il est évident que, si les bottes étaient manutentionnées à 4kg,5,

il en prendrait 125 ; mais comme elles sont manutentionnées à 6,kg5, il en prendra autant que 562,kg5 contiendront de fois 6,kg5 ;

Ce qui donne, en définitive,

562kg,5 : 6kg,5 = 5625 : 65 = 86.

7° *Combien doit-il en prendre avec le même nombre de chevaux que précédemment, dans l'hypothèse où les bottes du fournisseur ne pèseraient que 2,kg5 ?*

On obtiendra la réponse à la question en divisant 562,kg5 par 2,kg5 ;

Ce qui donne 562,kg5 : 2,kg5 = 5625 : 25 = 225 bottes.

8° *Un médecin aide-major de 1re classe, parti en congé de Koléah le 21 février, est arrivé à Alger le 23 dudit, et s'est embarqué pour la France le 25 ; il a été payé à Koléah de la solde et des indemnités de logement et de vivres jusqu'au 31 janvier ; que devra lui ordonnancer l'Intendant de la division d'Alger en arrêtant son décompte au 24 février inclus ?*

On établira le décompte ainsi qu'il suit :

Solde de présence du 1er février au 24 inclus ;	
24 jours à 6,f25 (tarif du 23 mars 1852).	150,f »»c
Indemnité de logement pour tout le mois de février (art. 188 de l'ord. du 25 déc. 1837) ;	
30 jours à 83c3 par jour (tarif du 19 janv. 1853).	25, »»
Indemnité représentative de vivres du 1er fév. au 24 ;	
24 jours à raison de 2 rations par jour, à 0,f44 l'une, ou 24 jours à 0,f88 (tarif du 19 janv. 1853)	21, 12
Total des sommes à ordonnancer. . . .	196,f12c
Retenue de 2 p. % au profit du Trésor sur la solde (art. 435 de l'ord. précitée) $\frac{150}{50}$ ou $\frac{150 \times 2}{100} = 3^f,00$. —	3
Reste net à payer	193,f12c

Le but de cet exemple est d'apprendre à faire la retenue de 2 p. % sur une somme quelconque.

On peut opérer de deux manières :

1° Prendre le $\frac{1}{50}$ de la somme ;

2° Multiplier la somme par 2, et séparer deux chiffres à la droite du produit.

Cette dernière manière d'opérer est la plus expéditive; c'est celle que les comptables emploient habituellement.

9° *Un colonel est admis à faire valoir ses droits à la retraite après 12 ans d'activité dans son grade; il compte 37 ans, 3 mois, 1 jour de service effectif et 9 campagnes, ou 46 ans, 3 mois, 1 jour de services (campagnes comprises); quel sera le taux de sa pension?*

La loi du 11 avril 1831 ayant fixé le minimum de la pension de colonel à 2400 francs, et le maximum à 3000 francs, et chaque année de service au delà de trente ans, ainsi que chaque année de campagne, ajoutant à la pension $\frac{1}{20}$ de la différence du maximum au minimum (art. 9 de la loi), lequel 20e ou annuité est, par conséquent, pour le colonel de (3000 — 2400) : 20 = 600 : 20 = 60 : 2 = 30 fr.

On établira la liquidation ainsi qu'il suit :

Pour 30 ans de service effectif.	2400f
Pour 16 ans, 16 × 30f, ou	480
Pour 3 mois 1 jour, à compter pour 6 mois (décis. réglem. du 15 juill. 1819) la moitié de 30, ou 30 : 2, ou	15
	2895f
$\frac{1}{5}$ en sus d'après l'article 11 de la loi	579
Total . . .	3474f

10° Les militaires invalides qui quittent l'Hôtel impérial en emportant des effets n'ayant pas atteint le terme de leur durée légale, doivent en rembourser la valeur proportionnelle sur la pension dont ils sont titulaires (décis. des 14 déc. 1831 et 20 mai 1850).

Or, *un pensionnaire, entré à l'Hôtel le 3 octobre 1852 et rayé des contrôles le 11 janvier 1853, a emporté :*

1° *Un habit à 21 francs; une redingote à 25,f50; une veste à 10,f50; un chapeau à 8,f85; une casquette à 2,f40; un bonnet de laine à 1,f20; un bonnet de coton à 0,f70; une paire de bretelles à 0,f40; effets d'une durée de 3 ans;*

2° *Un pantalon à 11 fr.; un caleçon à 1,f80; un col à 0f85; 2 mouchoirs de 0,f90; une cocarde à 0,f10; effets d'une durée d'un an;*

On demande quelle est la somme qui devra être imputée sur sa pension?

On cherchera d'abord l'évaluation par journée de chaque nature d'effets.

Pour cela, on ajoutera les valeurs des effets de la 1re catégorie, et l'on divisera la somme trouvée par 1095, nombre de jours contenus dans 3 ans.

Habit	21,f »»c
Redingote . . .	25, 50
Veste	10, 50
Chapeau.	8, 85
Casquette. . . .	2, 40
Bonnet de laine.	1, 20
Bonnet de coton	0, 70
Bretelles	0, 40
	70,f55c : 1095 = 0,f064429.

On additionnera de même les valeurs des effets d'un an, et l'on divisera la somme par 365.

Pantalon	11,f »»c
Caleçon.	1, 80
Col	0, 85
Mouchoirs . . .	0, 90
Grande cocarde.	0, 10
	14,f65c : 365 = 0,f04013.

Maintenant, si l'on observe que l'homme ayant 100 jours de présence à l'Hôtel, les effets de la 1re catégorie avaient encore à parcourir 1095 — 100 ou 995 jours, ceux de la 2e 365 — 100 ou 265 jours, on trouvera la somme à retenir par les deux multiplications suivantes :

995 × 0,064429 = 64,f11c
265 × 0,04013 = 10, 63
74,f74c Somme à imputer sur la pension.

11° *Trouver la proportion de la mortalité pour 100, relativement à l'effectif général des troupes de l'intérieur et au mouvement des malades pendant la période décennale de 1830 à 1840.*

On cherchera d'abord le rapport de la mortalité sur 100 avec l'effectif des troupes et le nombre des malades donnés par les relevés généraux de situation pour chaque année; on ajoutera les résultats obtenus, et l'on prendra la moyenne en divisant chaque somme par 10.

Le tableau ci-après donnera une idée de la manière dont on doit disposer les calculs et les effectuer :

ANNÉES.	EFFECTIF général des TROUPES.	NOMBRE de MALADES.	MORTS.	RAPPORT de la mortalité avec l'effectif des troupes. sur 100:	RAPPORT de la mortalité avec le nombre des malades. sur 100.
1830	213582	178204	4252	1,9	2,3
1831	348375	335263	8978	2,5	2,6
1832	362021	320561	8833	2,4	2,7
1833	355222	287356	6360	1,3	2,2
1834	303006	236623	6827	2,2	2,8
1835	279903	195154	5158	1,8	2,6
1836	247338	156518	3753	1,5	2,3
1837	244803	168541	5134	2,1	3,1
1838	257671	178768	5512	2,2	3,»
1839	264723	164948	5093	1,9	3,»
Pour les 10 ans.	2876644	2222136	59900	19,8	26,6
Moyennes . . .	287664	222213	5990	1,98	2,66

Fractions ordinaires.

1° *Un vaisseau n'a plus que pour 15 jours de vivres, et il doit tenir la mer pendant 20 jours encore, à quoi faudra-t-il réduire la ration de chaque homme de l'équipage, pour que les vivres durent jusqu'à la fin de la traversée?*

Si la traversée ne devait plus durer qu'un seul jour, on pourrait, sans s'exposer à manquer de vivres, donner à chaque homme . . . . . 15 rations.

Mais, puisque la traversée doit durer encore 20 jours, il faudra donner 20 fois moins, ou. . . . . $\frac{15}{20}$

La ration étant donnée, on en prendra les $\frac{15}{20}$, ou l'on multipliera par $\frac{15}{20}$ pour connaître la quantité de vivres qui revient à chaque homme.

2° *Un général est chargé d'attaquer un fort avec 15000 hommes; il arrête que le $\frac{1}{3}$ de l'effectif sera porté sur un point, le $\frac{1}{5}$ sur un autre, et le $\frac{1}{6}$ sur un 3e point; on demande de combien d'hommes se composera sa réserve?*

Le $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$ de l'effectif, ou bien, après avoir réduit au même dénominateur, les $\frac{10}{30} + \frac{6}{30} + \frac{5}{30}$ de l'effectif font les $\frac{21}{30}$ de l'effectif.

La question revient donc à prendre les $\frac{21}{30}$ de l'effectif ou de 15000 hommes, ou à multiplier 15000 par $\frac{21}{30}$, et l'on a :

$$15000 \times \frac{21}{30} = \frac{315000}{30} = \frac{31500}{3} = 10500.$$

Si l'on emploie 10500 hommes pour attaquer le fort, il est évident qu'il restera en réserve 4500 hommes, différence entre 15000 et 10500.

3° *Pendant qu'un cavalier parcourt les $\frac{8}{9}$ d'une route, un fantassin n'en parcourt que les $\frac{4}{15}$; combien le cavalier va-t-il de fois plus vite que le fantassin?*

Le cavalier faisant les $\frac{8}{9}$ de la route pendant que le fantassin n'en fait que les $\frac{4}{15}$, pour répondre à la question il faut chercher combien de fois $\frac{8}{9}$ contient $\frac{4}{15}$, c'est-à-dire diviser $\frac{8}{9}$ par $\frac{4}{15}$

Ce qui donne $\frac{8}{9} : \frac{4}{15} = \frac{8}{9} \times \frac{15}{4} = \frac{120}{36} = 3\ \frac{12}{36} = 3\ \frac{1}{3}$.

Le cavalier va 3 fois $\frac{1}{3}$ plus vite que le fantassin.

4° *On a fait de la poudre à canon en mélangeant 7 kilogr. de salpètre, 2 kilogr. de charbon et 1 kilogr. de soufre; on demande ce qu'il entre de chacun de ces trois corps dans $\frac{3}{4}$ de kilogramme de poudre?*

7 kil. + 2 kil. + 1 kil. font 10 kil. de mélange.

Les 10 kil. de mélange renfermant 7 kil. de salpètre,

1 — en renferme $\frac{7}{10}$.

On démontrerait de même qu'un kilogramme de mélange renferme $\frac{2}{10}$ de charbon et $\frac{1}{10}$ de soufre.

En effet, $\frac{7}{10} + \frac{2}{10} + \frac{1}{10} = \frac{10}{10} = 1$ kilogr.

Si 1 kil. de mélange renferme $\frac{7}{10}$ de salpètre, $\frac{1}{4}$ de kilog. de mélange en renfermera 4 fois moins, ou $\frac{7}{10 \times 4}$ et $\frac{3}{4}$ de kilog. de mélange en renfermeront 3 fois plus, ou $\frac{7 \times 3}{10 \times 4}$ ou $\frac{21}{40}$.

Par un raisonnement semblable, on démontrerait qu'il entre $\frac{6}{40}$ de charbon et $\frac{3}{40}$ de soufre, et l'on a en effet:

$$\frac{21}{40} + \frac{6}{40} + \frac{3}{40} = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}.$$

5° Aux termes de l'article 28 de la loi du 11 avril 1831, les pensions militaires sont passibles d'une retenue de $\frac{1}{5}$ pour cause de débet envers l'État, et de $\frac{1}{3}$ pour aliments.

Cela posé, *on demande ce que recevrait par jour un ancien militaire dont la pension de 560 francs serait assujettie à ces deux retenues? Exprimer ce nombre en fractions ordinaires, en francs et divisions décimales du franc.*

Retenir le $\frac{1}{5} + \frac{1}{3}$ de la pension revient, en réduisant au même denominateur, à retenir $\frac{3}{15} + \frac{5}{15}$ ou les $\frac{8}{15}$ de la pension.

On connaîtra la somme à retenir en prenant les $\frac{8}{15}$ de 560, ou en multipliant 560 par $\frac{8}{15}$;

Ce qui donne $560 \times \frac{8}{15} = \frac{4480}{15} = 298\frac{10}{15} = 298\frac{2}{3}$.

La somme qui revient au pensionnaire en retranchant $298\frac{2}{3}$ de 560;

Ce qui donne $560 - 298\frac{2}{3} = 559\frac{3}{5} - 298\frac{2}{3} = 261\frac{1}{3}$.

Et la somme que le pensionnaire touchera par jour en divisant

261 $\frac{1}{3}$ par 360 (Les pensions se décomptant à raison de 360 jours par an);

Ce qui donne enfin 261 $\frac{1}{3}$: 360 $= \frac{784}{3}$: 360 $= \frac{784}{3 \times 360} = \frac{784}{1080} =$ 0,f72c.

Concours de décembre 1844, *pour les emplois de Commis rédacteurs au Ministère de la Guerre.*

6° *Le fossé d'une place forte est alimenté par 3 écluses : la 1re peut le remplir 5 fois en 12 heures, la 2e, 7 fois en 15 heures, et la 3e, 2 fois en 9 heures; combien faudrait-il de temps pour remplir 1 fois le fossé, si l'eau s'échappait par les 3 écluses en même temps?*

En 1 heure la 1re écluse donne les $\frac{5}{12}$ de la contenance du fossé.

— 2e — donne les $\frac{7}{15}$ —

— 3e — donne les $\frac{2}{9}$ —

Les fractions $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{2}{9}$, réduites au même dénominateur, deviennent $\frac{75}{180}$, $\frac{84}{180}$, $\frac{40}{180}$.

Les trois écluses ouvertes en même temps pendant 1 heure donnent $\frac{199}{180}$ de la contenance du fossé; donc, il faut moins d'une heure pour remplir le fossé.

Pour savoir en combien de temps il sera rempli exactement, on raisonnera de la manière suivante:

Si les $\frac{199}{180}$ du fossé sont remplis dans. . . . . 1 heure,

$\frac{1}{180}$ sera rempli dans 199 fois moins de temps $\frac{1}{199}$

et les $\frac{180}{180}$ ou le fossé en 180 fois plus de temps . . $\frac{1 \times 180}{199}$ ou $\frac{180}{199}$, fraction qui, réduite en heure, minutes et secondes, donne 0h, 54′, 16″.

7° *Un mobile a parcouru une circonférence en $\frac{5}{7}$ d'heure; on demande pendant combien de minutes et de secondes il a marché?*

Il faut convertir la fraction ordinaire $\frac{5}{7}$ en fraction décimale, multiplier le quotient obtenu par 60, ce qui donnera des minutes et des décimales de minute, lesquelles décimales, multipliées par 60, donneront des secondes et des décimales de secondes.

$$\begin{array}{l|l} 50 & 7 \\ \cline{2-2} \;\;10 & 0^h,714285.\,7 \text{ etc.} = 0^h,\ 42',\ 51''. \\ \;\;\;30 & \\ \;\;\;\;20 & \\ \;\;\;\;\;60 & \\ \;\;\;\;\;\;40 & \\ \;\;\;\;\;\;\;50 & \end{array}$$

On voit, par cet exemple, que la fraction ordinaire $\frac{5}{7}$ équivaut à la fraction décimale périodique simple 0,714285. 714285. etc., la période commençant immédiatement après la virgule.

Si le mobile avait parcouru la circonférence en $\frac{7}{12}$ d'heure, on aurait obtenu pour résultat la fraction décimale périodique mixte $0^h,583.3.$ etc. $= 0^h,\ 34',\ 59''$.

8° *Quelle est, à moins d'un millième près, la force d'une machine à vapeur qui serait les $\frac{2}{7}$ de celle d'une autre machine?*

Il suffit de diviser, comme dans les deux exemples qui précèdent, le numérateur par le dénominateur, et de continuer la division jusqu'à ce que le quotient exprime des millièmes.

$$\begin{array}{l|l} 20 & 7 \\ \cline{2-2} \;\;60 & 0,285 \\ \;\;\;40 & \\ \;\;\;\;5 & \end{array}$$

Système métrique.

1° *Un sous-intendant militaire a délivré indûment 2 mandats de convoi pour 2 étapes dont la distance est de 2,^{myr}8 pour la 1re, et 3,^{myr}1 pour la 2e; quelle est la somme qui doit être imputée au sous-intendant, sachant que le kilomètre est payé 0,^{f}109 à l'entrepreneur?*

Il faut convertir les myriamètres en kilomètres, et l'on a :

$$2,^{\text{myr}}8 = 28^{\text{kilom}}$$
$$3,^{\text{myr}}1 = 31^{\text{kilom.}}$$

En tout . . . . . 59 kilomètres qui, à raison de 0,^{f}109 l'un, font 6,^{f}43 à imputer.

2° *D'après M. Bégin, Président du Conseil de santé des armées, la quantité d'air nécessaire à chaque malade est évaluée à 20 mètres cubes; on demande combien de mètres cubes devra avoir une salle destinée à 75 malades en comptant 1 mètre cube par lit garni de son mobilier, et 80 litres d'air pour chaque corps d'adulte?*

Chaque lit déplaçant un volume d'air de . . . . . 1,^{mc}
Chaque malade — 80 litres d'air
ou 0,^{mc}080 décimètres cubes 0, 080
La quantité d'air nécessaire à chaque malade étant . . 20,

La salle devra avoir pour un homme . . . . . 21,^{mc}080
Et pour 75 hommes, 75 fois 21,^{mc}080, ou 1581 mètres cubes.

3° *Chercher, d'après les données qui précèdent, combien on mettrait de malades dans une salle de 2002600 décimètres cubes?*

4° *Le nombre des inspirations chez l'homme adulte peut être évalué en moyenne à 25 par minute; chaque inspiration absorbe 66 centilitres d'air; évaluer en mètres cubes combien un homme absorbe d'air en 24 heures.*

On trouvera le nombre de minutes contenues dans un jour, ou 24 heures, en multipliant 24 par 60 . . . . . 1440$^{min.}$
Le nombre des inspirations pendant 24 heures, ou 1440 minutes, en multipliant 25 par 1440. . . . . 36000^{insp}
Si l'on observe que 66 centilitres d'air font 0,^{mc}000660, on aura la quantité d'air absorbée dans un jour en multipliant 36000 par 0,^{mc}000660, ce qui donne 23,^{mc}760.

5° *En admettant qu'un cheval doive, pour respirer à l'aise, jouir de 36 mètres cubes d'air dans l'écurie; combien pourrait-on loger de chevaux dans une écurie double de 9 mètres de largeur sur 50 de longueur et 8,^{m}5 de hauteur, en déduisant un passage de 1,^{m}50 au milieu de l'écurie?*

La largeur de l'écurie, déduction faite du passage, étant de $9^{m} - 1,^{m}50 = 7,^{m}50$, on obtiendra le volume d'air destiné aux chevaux en multipliant l'une par l'autre les 3 dimensions de l'écurie : largeur, déduction faite du passage, longueur et hauteur.
On aura donc $7,^{m}5 \times 50^{m} \times 8,^{m}5 = 3187,^{mc}500$.

Et le nombre de chevaux qu'on pourra loger dans l'écurie, en divisant 3187,^{mc}500 par 36^{mc};

Ce qui donnera, pour la réponse à la question, 3187,^{mc}500 : 36 = 88 chevaux, plus un reste.

6° *On a calculé qu'un cheval de forte taille respire à raison de 115800 litres d'air en 24 heures; combien de fois par jour faudra-t-il ventiler la précédente écurie, pour que l'air soit suffisamment respirable?*

Le volume d'air absorbé par jour par un cheval étant 115800 litres ou 115,^{mc}800, les 88 chevaux en absorberont 88 fois plus, ou 115,^{mc}800 × 88 = 10190,^{mc}400.

L'écurie contenant un volume d'air représenté par 3187,^{mc}500, il faudra donc ventiler autant de fois que ce dernier nombre sera contenu dans 10190,^{mc}400.

Ce qui donne enfin 10190,^{mc}400 : 3187,^{mc}500 = 3 fois, plus une fraction.

7° *Le quintal métrique de grains ou de farine brute produisant 166 rations de pain de 750 grammes l'une; on demande combien de kilogrammes de pain produiraient 1700 quintaux métriques?*

En multipliant 166 par 1700 on trouvera le nombre de rations ou 282200

Et, en multipliant ce produit par 750, le nombre de grammes ou de kilogrammes demandés, c'est-à-dire 211650000 grammes ou 211650 kilogrammes.

8° *Le quintal métrique de farine blutée à 10 p. 100 produisant 138000 grammes de pain; combien produiraient de rations 605 quintaux, sachant que la ration se compose de 7,^{hect}5?*

On cherchera d'abord le nombre de rations fournies par un quintal métrique, en divisant 138000 grammes par 7,^{hect}5 ou 750 grammes, ce qui donne 184 rations.

En multipliant 184 par 605, on obtiendra la réponse proposée ou 111320 rations.

On résoudra d'une manière analogue les problèmes suivants:

9° *Combien a-t-on employé de quintaux métriques de grains pour obtenir 498498 rations, en admettant que 166 rations soient le produit d'un quintal?*

10° *Combien a-t-on employé de quintaux métriques de farine blutée pour obtenir 540720 rations de pain, en admettant que 184 rations fassent le produit d'un quintal ?*

11° *L'avoine pèse en moyenne 44,^{kg}5 l'hectolitre ; combien faudrait-il de coffres à avoine de 2 mètres cubes de contenance pour renfermer une distribution de 950 rations, la ration étant de 3,^{kg}40 ?*

Les 950 rations à 3,^{kg}40 l'une font 3230^{kg}; l'hectolitre contenant 44,^{kg}5, on trouvera combien 3230 kilogr. font d'hectolitres en divisant 3230 par 44,5 et l'on aura 3230 : 44,5 = 32300 : 445 = 72,^{hect}58 = 7258^{lit} = 7258^{dc} = 7,^{mc}258, lesquels divisés par 2, donneront 3 coffres, plus un coffre de 1,^{mc}258.

12° *Dans le cas où l'on manquerait de coffres, combien faudrait-il de sacs à distribution pour contenir la précédente quantité, en admettant que chaque sac contienne 10,^{hect}25 d'avoine ?*

Les 3230 kilogr. faisant 3230000 grammes, et 10,^{hect}25 faisant 1025 grammes, on résoudra la question en divisant 3230000 par 1025 ;

Ce qui donne 3230000 : 1025 = 3151 sacs, plus une fraction.

13° *Le capitaine de distribution fait faire 3 pesées de paille de 10 bottes chacune, la botte ou ration devant peser 5 kilogrammes ; à la 1re pesée il manque 18 hectogrammes, à la 2e 15, à la 3e il y en a 6 en plus ; quel est le nombre de kilogrammes de supplément auquel on aura droit pour une distribution de 345 rations ?*

Il faut chercher le poids moyen de chaque pesée, en faisant la somme des pesées et en divisant par 3, nombre de pesées effectuées et l'on a :

1re pesée	50 kil. ou	500 hectogr.	— 18	= 482
2^{e}	—	500	— 15	= 485
3^{e}	—	500	+ 6	= 506
			Total	1473 : 3 = 491 hectogr.

pour le poids moyen de chaque pesée et, par conséquent, 500 — 491 ou 9 hectogrammes pour ce qui manque en moyenne sur dix rations, ou enfin 9 décagrammes sur une ration.

En multipliant le nombre total des rations ou 345 par 9, on aura $345 \times 9 = 3105^{dg}$ ou $31^{kg},05$ à exiger du fournisseur.

14° *On donne dans une division militaire $0^f,03.^c05$ par jour et par homme, en remplacement d'eau-de-vie, du 21 juin au 31 août ; quelle est la somme qui sera perçue pendant cet intervalle pour une compagnie de 137 hommes ?*

On calculera ainsi qu'il suit :

du 21 juin au 31 août, 72 journées à $0^f,03.^c50$ font :

pour un homme . . . $72 \times 0^f,0350 = 2^f,52^c$

pour 137 hommes . . $2^f,52 \times 137 = 345^f,24^c$.

15° *Mais le Général ayant approuvé la substitution de cette eau-de-vie en vin, sans que l'allocation augmente, combien de fois pourra-t-on distribuer du vin aux hommes, à raison de 1/4 de litre par ration, et le vin coûtant 24 francs l'hectolitre ?*

Il faut chercher d'abord combien on aurait d'hectolitres à 24 fr pour $345^f,24^c$, montant de l'allocation.

On aura $345,24 : 24 = 14^{hect},385$ ou $1438^{lit},50$.

On connaîtra le nombre de rations à distribuer, en divisant $1438^{lit},50$ par 1/4 de litre ou $0^{lit},25$;

On aura donc $1438,50 : 0,25 = 143850 : 25 = 5754$ rations, et la quantité de rations revenant à chaque homme en divisant 5754 par 137 ;

Ce qui donne enfin $5754 : 137 = 42$ rations pour chaque soldat, ou 42 distributions.

16° *Une pièce de 5 francs pesant 25 grammes, on demande combien d'hommes de corvée devra prendre un fourrier pour faire transporter une somme de 300000 francs en pièces de 5 francs, si chaque homme ne doit porter que 50 kilogrammes ?*

300000^f font $300000 : 5 = 60000$ pièces de 5 francs, qui, à 25 grammes l'une, font un poids de 1500000 grammes ou de 1500 kilogrammes ;

Chaque homme devant porter 50 kilogr., on connaîtra le nombre d'hommes de corvée à prendre en divisant 1500 par 50 ;

Ce qui donne $1500 : 50 = 150 : 5 = 30$ hommes de corvée.

Applications résolues par la méthode dite de réduction à l'unité.

Règle de trois simple.

1° *On calcule que la nourriture de 3 chevaux a coûté 915 fr. par année; combien coûtera pour le même temps la nourriture de 7 chevaux?*

On posera ainsi l'opération :

3 chevaux . . . . . 915 fr.
7 — . . . . . x.

et l'on raisonnera de la manière suivante :

Si pour 3 chevaux on dépense . . . . . 915^f
pour 1 cheval on dépensera 3 fois moins, ou $\frac{915}{3}$
et pour 7 chevaux on dépensera 7 fois plus, ou $\frac{915 \times 7}{3} = \frac{6405}{3} = 2135^f$.

2° *120 hommes ont des vivres pour 15 jours; pour combien de temps en auront-ils, si leur nombre augmente de 60?*

L'effectif ayant été porté de 120 à $120 + 60 = 180$, on posera le problème ainsi qu'il suit :

120 hommes . . . . . 15 jours.
180 — . . . . . x.

et l'on dira :

Si, avec un effectif de 120 hommes, on a des vivres pour 15 jours;

L'effectif étant réduit à 1 homme, on en aurait pour 120 fois plus de temps, ou. . . . . 15×120
et l'effectif étant de 180 hommes, on en aura pour 180 fois moins de temps, ou. . . . . $\frac{15 \times 120}{180} = 10$ jours.

3° *Un vaisseau a 36 hommes d'équipage; il reçoit 12 naufragés; à combien doit-on réduire la ration qui était de 6 hectogrammes?*

36 hommes . . . . . 6 hectogr.
48 — . . . . . x.

Si pour 36 hommes la ration est de . . . 6 hectogr.
pour 1 homme elle pourrait être . . . . . 6×36
et pour 48 hommes elle devra être. . . . . $\frac{6 \times 36}{48} = \frac{216}{48} = 4,^{h}5$.

4° *Le nombre total des jeunes gens inscrits pour toute la France était en 1849 de 304591 et le contingent de 80000 hommes ; on demande quel a été le contingent du département de la Seine, si le nombre des inscrits était de 7791?*

304591 inscrits . . . . . 80000 de contingent.
7791 — . . . . . x.

Si sur un nombre de 304591 inscrits on a appelé 80000 hommes ;
pour 1 inscrit on a appelé . . . . . $\frac{80000}{304591}$
Pour 7791 inscrits on a appelé . . . $\frac{80000 \times 7791}{304591} = 2046$ homm.

5° *Calculer le pour cent d'un tir.*

Supposons que dans un tir exécuté à 150 mètres, par exemple, on ait tiré 53 balles et que 18 aient frappé le but ; pour faire le pour cent de ce tir, c'est-à-dire pour savoir, en restant dans les mêmes conditions, combien de balles sur 100 auraient atteint le but, on raisonnera ainsi qu'il suit :

Si, sur 53 balles, le but a été atteint par 18,
sur 1 balle, le but aura été atteint par. . . $\frac{18}{53}$
et sur 100 balles, — — . . . $\frac{18 \times 100}{53} = 33,9$.

L'efficacité du tir se mesure et s'apprécie toujours par ce calcul ; on peut le calculer avec une ou deux décimales.

6° *Comme complément de la question qui précède, on va indiquer, conformément à l'instruction ministérielle du 7 septembre 1852, comment on établit la moyenne des pour cent obtenus pour chacune des huit compagnies d'un bataillon et pour trois bataillons.*

Après avoir obtenu les pour cent de chaque compagnie, on les ajoutera et l'on divisera le total par le nombre de compagnies ; ensuite, on ajoutera les moyennes obtenues pour chaque bataillon et l'on divisera également le total des moyennes par le nombre de bataillons.

Supposons que pour les huit compagnies du 1.er bataillon, on ait obtenu les résultats ci-après :

	NOMBRE		PROPORTION pour 100 coups tirés.
	de cartouches à balles brûlées.	de coups au but.	
Grenadiers	316	98	31,0
1re compagnie	200	56	28,0
2e —	208	52	25,0
3e —	184	57	31,0
4e —	204	81	39,7
5e —	204	82	40,2
6e —	228	58	25,4
Voltigeurs	324	113	34,9
Total des pour cent . .			255,2

nombre qui, divisé par 8, donne 255 : 8=31, 9 moyenne des pour cent pour le 1er bataillon.

Supposons enfin que les moyennes trouvées pour les 2e et 3e bataillons soient 29,8 et 30,8, on obtiendra la moyenne pour le régiment entier de la manière suivante :

1er bataillon 31,9
2e — 29,8
3e — 30,8

Total . . . . . 92,5 nombre qui, divisé par 3, donne pour la moyenne cherchée 92,5 : 3=30,8.

7° *Le capitaine de distribution s'aperçoit qu'il manque 17 hectogrammes sur une pesée de 45 kilogrammes de fourrage ou 10 bottes ; quel est le supplément qui doit être exigé pour 580 rations, la ration étant de 4,kg5 ?*

Les 580 rations à 4,kg5 l'une, faisant 2610 kilogrammes ou 26100 hectogrammes, on dira :

Si sur 45 kil. ou 450 hect. il manque . . 17 hect. de fourrage,
sur 1 hect. il en manque . . . . . $\frac{17}{450}$
et sur 26100 hect. il en manquera . . . . . $\frac{17 \times 26100}{450} = 986$ hect.

8° *La substitution de la farine d'orge étant accordée à raison de 75 pour cent du poids de l'avoine ; combien le fournisseur doit-il donner de farine d'orge pour 143 kilogrammes d'avoine?*

Si 100 kil. d'avoine peuvent être remplacés par 75 kil. de farine d'orge,

1 kil. d'avoine pourra être remplacé par $\frac{75}{100}$
et 143 — — pourront être remplacés par $\frac{75 \times 143}{100} =$ $107^{\text{kilog}},25$ de farine d'orge.

9° (*Extrait d'un cours d'armes à feu portatives*).

Principe. Un projectile sphérique en mouvement éprouve une perte double de vitesse, lorsque sa densité devient deux fois plus petite, toutes les autres conditions restant d'ailleurs les mêmes ; d'une autre part, il éprouve une perte deux fois moins grande, lorsque son diamètre devient double. Il en résulte que si le diamètre doublait en même temps que la densité deviendrait deux fois plus faible, la perte de vitesse ne varierait pas ; en d'autres termes, tant que le produit de la densité par le diamètre reste le même, la perte de vitesse ne change pas. Deux projectiles sphériques animés des mêmes vitesses éprouveront donc des pertes égales de vitesse, si les produits des densités par les diamètres sont les mêmes de part et d'autre.

Problème. C'est en s'appuyant sur ce principe que l'on peut résoudre le problème suivant : *Quel doit être le diamètre d'une balle de fer, pour que, lancée avec la vitesse de la balle du fusil d'infanterie, elle ne soit ni plus ni moins ralentie que cette dernière par la résistance de l'air?*

La densité du fer étant 7,7, celle du plomb 11,3 et le diamètre de la balle de fusil étant $0,^{m}017$, on posera l'opération ainsi qu'il suit :

11,3 densité du plomb . . . . . 0,017 diamètre donné.
7,7 densité du fer . . . . . x diamètre cherché.

et l'on dira :

Si la densité étant 11,3 le diamètre est 0,017
La densité devenant 1 le diamètre devra être $0.017 \times 11,3$
et la densité devenant 7,7 — $\frac{0.017 \times 11.3}{7.7}$
$= 0,=0249$.

Règles de trois composées.

Concours du 26 mars 1844, *pour les emplois de Commis rédacteurs et vérificateurs au Ministère de la Guerre.*

1° *400 soldats renfermés dans un fort ont des vivres pour 180 jours, à raison de 75 décagrammes par homme et par jour. Cette garnison augmente de 100 soldats et ne recevra plus de vivres avant 240 jours; on demande quelle sera la ration d'un homme par jour, pour que les vivres en magasin puissent suffire, et combien il y avait de kilogrammes de vivres?*

La garnison étant portée de 400 hommes à 500, on posera l'opération de la manière suivante:

400 soldats . . . 180 jours . . . 75 décagr.
500 — . . . 240 — . . . x.

et l'on raisonnera ainsi qu'il suit :

Si pour 400 hommes et pendant 180 jours, la ration est de . . . . . 75 décagr.
Pour 1 homme et pendant 180 jours, elle sera 400 fois plus grande, ou . . . . . 75×400
Pour 1 homme et pendant 1 jour, elle sera 180 fois plus grande, ou . . . . . $75 \times 400 \times 180$
Pour 500 hommes et pendant 1 jour, elle sera 500 fois moins grande, ou. . . . . $\frac{75 \times 400 \times 180}{500}$
Pour 500 hommes et pendant 240 jours, elle sera 240 fois moins grande, ou . . . . . $\frac{75 \times 400 \times 180}{500 \times 240} = \frac{540000}{12000} = 45$.

1re Réponse. La ration de chaque homme serait de 45 décagrammes.

2e Réponse. On trouvera facilement qu'il y avait en tout 5400000 décagrammes ou 54000 kilogrammes de vivres.

Concours de novembre 1845.

2° *On demande combien de myriamètres parcourrait en 17 jours un voyageur, marchant 10 heures par jour, lorsqu'on sait qu'il a employé 29 jours à faire 112 myriamètres en marchant 7 heures par jour?*

On disposera ainsi l'opération :

29 jours . . . 7 heures . . . 112 myriamètres.
17 — . . . 10 — . . . x.

et l'on dira :

Si en marchant 29 jours et 7 heures par jour, un voyageur a parcouru . . . . . 112 myriam.

En marchant 1 jour et 7 heures par jour, il aurait parcouru . . . . . $\frac{112}{29}$

En marchant 1 jour et 1 heure par jour, il aurait parcouru . . . . . $\frac{112}{29 \times 7}$

En marchant 17 jours et 1 heure par jour, il parcourra . . . . . $\frac{112 \times 17}{29 \times 7}$

En marchant 17 jours et 10 heures par jour, il parcourra enfin . . . . . $\frac{112 \times 17 \times 10}{29 \times 7} =$ 93,^{myr}7931.

Concours de 1846.

3° *Deux convois se mettent en marche sur une ligne de chemin de fer avec des vitesses représentées respectivement par les nombres 12 et 10; le 1er en 6 heures parcourt 240000 mètres; combien le 2e en parcourra-t-il en 7 heures?*

Le parcours cherché sera exprimé par les divers multiples du mètre.

12 vitesse . . . 6 heures . . . 240000 mètres.
10 — . . . 7 — . . . x.

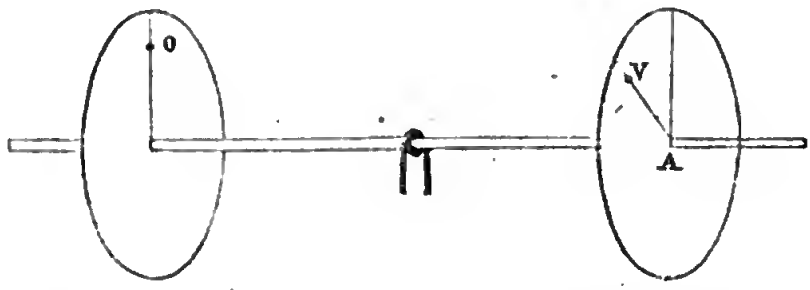
Si un convoi dont la vitesse est 12 fait en 6 heures 240000 mètres;
Un convoi dont la vitesse est 1 — 6 — $\frac{240000}{12}$
— 1 — 1 — $\frac{240000}{12 \times 6}$
— 10 — 1 — $\frac{240000 \times 10}{12 \times 6}$
— 10 — 7 — $\frac{240000 \times 10 \times 7}{12 \times 6} =$
7

233333 mètres, ou 23333 décamètres 3 mètres, ou 2333 hectomètres 33 mètres, ou 233 kilomètres 333 mètres, ou enfin 23 myriamètres 3333 mètres.

4° (*Extrait d'un cours d'armes à feu*).

Calculer la vitesse initiale d'un projectile.

On nomme vitesse initiale d'un projectile, la vitesse qu'il possède à sa sortie de la bouche de la pièce; on peut calculer cette vitesse à l'aide d'une machine à rotation.



Deux disques verticaux, montés sur un arbre horizontal, sont séparés par un intervalle de 5 à 6 mètres. Un mouvement de rotation a lieu au moyen d'un poids ou d'une chaîne sans fin. Le mouvement devient uniforme au bout de plusieurs tours (une dizaine). On tire l'arme horizontalement dans le plan vertical de l'axe de la machine, et aussi près que possible de la circonférence du premier disque. La balle perce le 1er disque, et emploie un certain temps pour arriver au 2e; le 2e point d'intersection de la balle doit s'écarter d'autant plus de la verticale que le mouvement de rotation des disques est plus rapide.

Calculons actuellement la vitesse de la balle dans l'espace qui sépare les deux disques.

Supposons que l'appareil ait exécuté 8 tours en une seconde, et que la distance qui sépare les disques soit de 9 mètres : pour un tour seulement, il faudra $\frac{1''}{8} = 0,''125$; la balle est supposée avoir frappé le 1er disque en O, et le 2e en V, l'angle au centre en A sera, par exemple, de 30°; ce qui fait que le 2e disque aura parcouru un espace circulaire de 30° pendant le trajet de la balle du 1er disque au 2e. Il est évident que si cet espace circulaire avait été de 360°, le temps employé par la balle pour aller d'un

disque à l'autre serait de 0,″125 ; mais l'espace n'étant que de 30°, on aura le temps que la balle aura mis pour franchir l'intervalle qui sépare les deux disques en disant :

L'espace circulaire étant 360°, le temps serait 0,″125

— devenant 1 le temps sera $\frac{0,''125}{360}$

— — 30 — $\frac{0,''125 \times 30}{360} = 0,''0104.$

Sachant que la balle parcourt 9 mètres en 0,″0104, on trouvera l'espace parcouru en 1 seconde, en disant :

Si en 0,″0104, ou $\frac{104}{10000}$, la balle parcourt 9 mètres,

en $\frac{1}{10000}$ elle parcourra $\frac{9}{104}$

et en $\frac{10000}{10000}$ ou 1″, elle parcourra $\frac{9 \times 10000}{104} = 865.$

865 représente le nombre de mètres parcourus par le projectile dans la 1re seconde de son mouvement ; c'est sa vitesse initiale.

Règles de société, d'intérêt simple, de rentes sur l'État, etc.

1° *Trois individus adjudicataires d'une entreprise n'ont pas rempli les conditions de leur marché ; le Ministre a décidé que la moins-value réglée à 5000 fr. serait retenue sur leur cautionnement s'élevant à 10000 fr. ; quelle est la perte qui incombera à chaque associé, si, pour constituer ce cautionnement, les 2 premiers ont mis chacun 3000 fr., et le 3e, le reste ?*

On cherchera d'abord la somme à imputer sur 1 franc du cautionnement, en disant :

Si sur 10000 fr. on doit retenir 5000f

sur 1 fr. on retiendra $\frac{5000}{10000} = 0,^{f}50^{c}$

et l'on aura pour la perte du 1er . . . . . $3000 \times 0,^{f}50 = 1500^{f}$

— 2e . . . . . $3000 \times 0,50 = 1500$

— 3e . . . . . $4000 \times 0,50 = 2000$

Perte totale 5000f

2° *Quatre villes doivent fournir un contingent de 500 hommes pour le recrutement, le nombre des hommes disponibles pour la 1re est de 500, pour la 2e de 600, pour la 3e de 700, et pour la 4e de 200 ; on demande ce que chaque ville devra fournir ?*

Si sur 2000 hommes disponibles on doit en fournir 500
sur 1 homme, on en fournira. . . . . $\frac{500}{2000} = \frac{1}{4}$.

On aura donc pour le contingent de la 1re ville $500 \times \frac{1}{4} = 125$
— — 2e. . . . $600 \times \frac{1}{4} = 150$
— — 3e. . . . $700 \times \frac{1}{4} = 175$
— — 4e. . . . $200 \times \frac{1}{4} = 50$

Contingent demandé 500

hommes.

3° *Un militaire décédé a laissé un livret de caisse d'épargne de 500 fr. placés à 3 1/2 0/0 depuis le 1er janvier 1851. Sa succession n'ayant pas été réclamée a été réalisée par le Capitaine trésorier du corps le 10 septembre suivant; quelle est la somme que ce dernier doit verser?*

On trouvera l'intérêt de 500 fr. depuis le 1er janvier jusqu'au 10 septembre ou pendant 253 jours, en raisonnant ainsi qu'il suit:

Si 100 fr. rapportent dans 365 jours 3,f50
1 fr. rapportera dans 365 jours . . . . $\frac{3,50}{100}$
1 fr. rapportera dans 1 jour . . . . . $\frac{3,50}{100 \times 365}$
500 fr. rapporteront dans 1 jour . . . . $\frac{3,50 \times 500}{100 \times 365}$
500 fr. rapporteront dans 253 jours . . . $\frac{3,50 \times 500 \times 253}{100 \times 365} =$
12 fr. 13 c.

L'intérêt étant 12 fr. 13 c., le Capitaine trésorier devra verser à la caisse des dépôts et consignations 512 fr. 13 c.

4° *Un Général fait à un régiment un legs de 5500 fr., à la condition que les intérêts de cette somme placée à 4 1/2 0/0 seront donnés chaque année au militaire qui se sera fait le plus remarquer par sa bonne conduite; quelle sera l'importance du prix, si la rente a été achetée au cours de 105 fr. 80 c.?*

On trouvera la réponse par le raisonnement suivant:

Si avec un capital de 105 fr. 80 c. on achète 4,f50c de rente,
avec un capital de 1 fr. on en achètera. . $\frac{4,50}{105,80}$
et avec un capital de 5500 fr. — . . $\frac{4,50 \times 5500}{105,80} = 233^{f}93^{c}$

5° *Un caporal d'ordinaire achète pour les besoins de sa compagnie 26 litres de vin de Bordeaux à 0,75 c., et 24 litres de vin d'Orléans à 0,60 c.; à combien revient le litre du mélange?*

26 litres de vin de Bordeaux à 0,^{f}75 font 19,^{f}50
24 litres de vin d'Orléans à 0,^{f}60 font . . 14, 40

50 litres . . . . . 33,^{f}90^{c}
Si 50 litres de mélange coûtent. . . . . 33,^{f}90^{c}
1 litre de mélange coûtera . . . . . $\frac{33,90}{50}$ = 0,^{f}67^{c}8.

6° *11 parties d'étain et 100 de cuivre fondues ensemble forment le bronze français; combien devra-t-on employer de cuivre et d'étain pour fondre une pièce de canon du poids de 200 kilog?*

Si sur 111 kilog. de bronze, il y a 11 kilog. d'étain,
sur 1 kilog. de bronze, il y en aura $\frac{11}{111}$.

On trouverait de même que 1 kilog. de bronze contient $\frac{100}{111}$ de cuivre.

Par conséquent, on aura pour la quantité d'étain et de cuivre qui entrera dans une pièce de canon de 200 kilog.:

Étain . . . . . 200 × $\frac{11}{111}$ = 19,^{kg} 820
Cuivre. . . . . 200 × $\frac{100}{111}$ = 180, 180

Bronze. . . . . 200,^{kg} 000.

Digitized by Google

2e Série.

PROBLÈMES GÉNÉRAUX ET EXERCICES DE CALCUL.

Numération des nombres entiers et des nombres décimaux.

Lire les nombres suivants :

50881
330000
6050608
58960745
800014532
9000478201
80000056000
980048058214

Écrire en chiffres les nombres suivants :

Mille neuf unités ;
Dix mille huit cent trente unités ;
Cent huit mille quatre cents unités ;
Huit millions quatre mille sept unités ;
Vingt-neuf millions huit mille quatre unités ;
Un milliard vingt-neuf mille soixante-quinze unités.

Rendre le nombre. . . 97 mille fois plus grand.
— . . . 489 dix mille fois plus grand.
— . . . 2075 cent mille fois plus grand.
— . . . 48000 mille fois plus petit.
— . . . 750000 dix mille fois plus petit.

Lire les nombres décimaux suivants :

45, 07
9, 075
425, 8756
37, 00082
5, 150024
30, 0008934
2, 08345678

Écrire en chiffres les nombres décimaux :
Huit unités, neuf centièmes ;
Soixante unités, vingt-quatre millièmes ;
Deux cent quatre-vingt-quinze centmillièmes ;
Quarante-trois mille huit cent quarante millionièmes.

Rendre le nombre décimal	9,05	dix fois plus grand.
—	48,782	cent fois plus grand.
—	454,0045	dix mille fois plus grand.
—	7895,07891	cent fois plus petit.
—	564,5006	mille fois plus petit.
—	25,843	dix mille fois plus petit.
—	6,75	cent mille fois plus petit.

Opérations sur les nombres entiers et les nombres décimaux.

1. Un ouvrier a fait en 18 jours 48 mètres d'ouvrage, qui lui ont été payés 140 fr. ; en 8 jours, 32 mètres, qui lui ont été payés 160 fr. ; enfin, en 6 jours, 25 mètres, qui lui ont été payés 130 fr. ; combien cet ouvrier a-t-il travaillé de jours ? combien a-t-il fait de mètres d'ouvrage, et combien d'argent a-t-il reçu ?

Rép. 32 jours — 105 mètres — 430 fr.

2. On mélange 150 kilogr. de salpêtre avec 25 kilogr. de charbon et 25 kilogr. de soufre, pour faire de la poudre à canon ; combien a-t-on de kilogr. de poudre ?

Rép. 200 kilogr.

3. Une succession a été partagée : un premier héritier a reçu 11824 fr. ; un deuxième, 19424 fr. ; un troisième, 35974 fr. ; on a légué 6837 fr. à la commune et 2304 fr. aux hôpitaux ; quelle est la fortune du défunt ?

Rép. 76363 fr.

4. Une maison a coûté 390548 fr. pour l'achat du terrain et la construction; 150495 fr. pour les travaux intérieurs, et 28589 fr. pour le reste; combien faut-il la revendre pour gagner 49528 fr.?

Rép. 619160 fr.

5. La bataille de Marathon fut livrée 490 ans avant J. C.; combien y a-t-il d'années?

Rép. 2344 ans en 1854.

6. En quelle année est mort un homme âgé de 98 ans et né en 1725?

Rép. En 1823.

7. On a retiré d'un flacon $1,^{k}346$ de mercure; puis $1,^{k}067$; puis $0,^{k}905$, puis $0,^{k}560$, et il en reste $1,^{k}260$; combien y avait-il de mercure dans ce flacon?

Rép. $5,^{k}138$.

8. Une personne a $1,^{m}325$ de hauteur; une seconde personne a $0,^{m}077$ de plus; quelle est la taille de cette dernière?

Rép. $1,^{m}402$.

9. Une règle est enfoncée de $0,^{m}456$ en terre, et le bout extérieur est de $1,^{m}115$; quelle est la longueur totale de la règle?

Rép. $1,^{m}571$.

10. On a fait une quête, qui a produit le premier jour $14^{f}35$; le second $26,^{f}40$; le troisième $12,^{f}95$; le quatrième $5,^{f}15$; le cinquième $2,^{f}25$, et le sixième $0,^{f}75$; quel est le montant de la quête?

Rép. $61,^{f}85$.

11. Une personne avait acheté 437900 mètres de toile; elle en a cédé 379846; combien lui en reste-t-il?

Rép. 58054 mètres.

12. J'ai trois créanciers : je dois à l'un 2400 fr.; au deuxième 7987 fr., et au troisième 15969 fr. J'ai deux débiteurs, dont l'un me doit 19400 fr., et l'autre 21705; j'ai en bourse 13746 fr.; mes fonds rentrés et mes dettes payées, que me reste-t-il?

Rép. 28495 fr.

13. D'après Delambre, le rayon du pôle est de 6350324^{m} et le rayon de l'équateur de 6370984^{m}; quel est l'applatissement de la terre à chaque pôle?

Rép. 20660 mètres.

14. La plus grande distance du soleil à la terre est de 15526177 myriam.; la plus courte est de 15013449 myriam.; quelle est la différence?

Rép. 512728 myriam.

15. Une pièce de vin contenait 376,^{lit}005; on en a tiré 289,^{lit}39; on demande combien elle contient encore?

Rép. 86,^{lit}615.

16. La recette d'une maison de commerce pendant toute l'année a été de 874004 fr., et la dépense de 294787,^{f}60; quel est l'excédant de la recette sur la dépense?

Rép. 579216,^{f}40.

17. Un corps pèse 1,^{k}456 dans l'air et 0,^{k}844 dans l'eau; quelle perte éprouve-t-il, ou quel est le poids de l'eau qu'il déplace?

Rép. 0,^{k}612.

18. Un litre de mercure, à la température de zéro, pèse 13,^{k}598; à l'eau bouillante, il pèse 13,^{k}353; de combien s'est-il dilaté?

Rép. 0,^{k}245.

19. On a vendu 60 kilogr. de marchandise pour 540 fr., et et l'on a gagné 2 fr. par kilogr.; combien avait coûté cette marchandise?

Rép. 420 fr.

20. Combien y a-t-il de secondes dans 2 jours, 6 heures et 15 minutes?

Rép. 195300 secondes.

21. Un enfant de 6 ans 8 mois 14 jours veut savoir combien de secondes il a vécu. Deux années de sa vie sont bisextiles, et des huit mois restants quatre ont 31 jours, trois ont 30 jours, et le dernier 28 jours.

Rép. 211507200 secondes.

22. Un ouvrage a été fait en 14 jours par 36 ouvriers qui travaillaient 10 heures par jours; combien ce travail eût-il exigé d'heures pour un seul ouvrier?

Rép. 5040 heures.

23. Une roue fait 12 tours par seconde; combien fera-t-elle en en 2 heures 5 minutes et 14 secondes?

Rép. 90168 tours.

24. On achète 12,^{m}15 d'étoffe à 5,^{f}30 le mètre, 12,^{m}3 à 7 fr. et 9,^{m}00 à 3^{f}15; quelle est la dépense totale?

Rép. 178,^{f}85.

25. L'air pèse 770 fois moins que l'eau et le mercure 13,598 fois plus que l'eau? combien de fois le mercure pèse-t-il plus que l'air?

Rép. 10470,460.

26. Puisque le litre d'eau pèse un kilogr.; que pèse un litre de mercure?

Rép. 13^{k},598.

27. La densité de l'eau étant prise pour unité, celle de l'eau de mer est 1,026; quel est donc le poids de 5 litres d'eau de mer?

Rép. 5,^{k}130.

28. Le degré du thermomètre Réaumur vaut 1,°25 du thermomètre centigrade; réduire 17° Réaumur en centigrades.

Rép. 21,°25.

29. Le degré du thermomètre centigrade vaut 0,°8 du thermomètre Réaumur; réduire 25° centigrades en degrés Réaumur.

Rép. 20°.

30. On doit donner la moitié de 5448 fr. à une personne; le tiers du reste à une seconde personne, et le quart du second reste à une troisième personne; quelle sera la part de chacune?

Rép. la 1re aura . . . 2724^{f}
la 2e 908
la 3e . . . . . 454.

31. La lumière nous arrive du soleil en 8′,13″, la distance parcourue étant de 34000000 lieues; quel chemin la lumière parcourt-elle en une seconde?

Rép. 70182 lieues.

32. Une personne a 2747 fr. de revenu par an; elle veut mettre de côté 2 fr. par jour; on demande ce qu'elle peut dépenser par jour?

Rép. 5,^{f}52.

33. Combien y a-t-il de degrés et de minutes dans 34758 secondes?

Rép. 9,° 39,′18″.

34. On monte au sommet d'une tour élevée de 293,^{m}75 par un escalier dont les marches égales sont de 0,^{m}235; combien y a-t-il de marches à monter?

Rép. 1250 marches.

35. On verse 3 litres d'eau dans 50 litres de vin qui coûte 1,^{f}25 le litre; à combien revient le litre du mélange?

Rép. 1,^{f}18.

36. On compte 10000000 de mètres du pôle à l'équateur, et l'on divise cette distance en 90° de latitude; combien y a-t-il de mètres par degré?

Rép. 111111,^{m}11.

Des fractions ordinaires.

Réduire au même dénominateur les fractions:

$\frac{2}{3}, \frac{3}{4}$.

$\frac{1}{2}, \frac{4}{5}, \frac{3}{7}$.

$\frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}$.

$\frac{3}{4}, \frac{11}{12}, \frac{13}{18}, \frac{8}{9}, \frac{25}{36}$.

$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{7}, \frac{7}{8}, \frac{8}{9}, \frac{9}{10}$.

Ranger par ordre de grandeur les fractions qui précèdent.

Que deviendra la fraction $\frac{7}{12}$ en multipliant ses deux termes par 4? aura-t-elle changé de valeur?

Convertir en expressions fractionnaires 8 entiers $\frac{2}{3}$, 15 entiers $\frac{5}{6}$, 45 entiers $\frac{7}{8}$.

Extraire les entiers contenus dans les expressions fractionnaires $\frac{28}{4}, \frac{47}{6}, \frac{115}{12}, \frac{1000}{135}$.

Réduire à leur plus simple expression les fractions $\frac{50}{60}, \frac{450}{960}, \frac{7348}{9724}, \frac{27720}{41580}$.

Opérations sur les fractions ordinaires.

1. On a coupé une pièce d'étoffe en 4 morceaux qui ont: le premier $3^{m}\frac{1}{2}$ de long; le second $5^{m}\frac{2}{5}$; le troisième $6^{m}\frac{3}{4}$, et le quatrième 7^{m}; on demande quelle était la longueur de la pièce?

Rép. $22^{m}\frac{13}{20}$.

2. Le $\frac{1}{3}$ et le $\frac{1}{4}$ d'un nombre font 7; quel est ce nombre?

Rép. 12.

3. La $\frac{1}{2}$, les $\frac{2}{5}$ et les $\frac{3}{7}$ d'un nombre font 67; trouver ce nombre.

Rép. 42.

4. Un certain ouvrage pourrait être fait en 8 heures par un homme, en 10 heures par une femme, et en 15 heures par un enfant; combien de temps resteront à le faire l'homme, la femme et l'enfant, travaillant ensemble?

Rép. 3 heures $\frac{3}{7}$.

5. Une troupe d'ouvriers creuserait un puits en 9 jours; une autre troupe le creuserait en 10 jours, et une troisième en 12 jours; on emploie le $\frac{1}{4}$ de la première troupe, le $\frac{1}{5}$ de la deuxième et la $\frac{1}{2}$ de la troisième; en combien de temps le puits sera-t-il creusé?

Rép. 9 jours $\frac{27}{37}$.

6. Il manque 3 livres $\frac{3}{4}$ pour qu'un corps pèse 152 livres $\frac{1}{2}$ que pèse-t-il?

Rép. 148 livres $\frac{3}{4}$.

7. Un ballot pèse 48 livres $\frac{3}{4}$; la marchandise qu'il renferme pèse seule 41 livres $\frac{1}{2}$; on demande le poids de l'emballage?

Rép. 7 livres $\frac{1}{4}$

8. Un voyageur fait 4 lieues en 3 heures, un autre fait 3 lieues en 4 heures; on demande ce que l'un fait de plus que l'autre par heure?

Rép. $\frac{7}{12}$ de lieue.

9. Deux voyageurs suivent la même route dans le même sens; le premier fait 5 lieues en 4 heures, et le second fait 6 lieues en 5 heures; on demande de combien ils s'éloignent ou se rapprochent par heure?

Rép. Ils s'éloignent de $\frac{1}{20}$ de lieue par heure.

10. Deux fontaines donnent, la première 14 litres en 3 heures, et la seconde 23 litres en 5 heures; on demande quelle est celle qui fournit le plus?

Rép. La première donne $\frac{1}{15}$ de litre de plus que la seconde par heure.

11. Un cercle gradué en 100 parties est parcouru par deux aiguilles : la première marque $56\frac{2}{5}$ et la seconde $98\frac{3}{4}$; on demande à quelle distance elles se trouvent l'une de l'autre ?

Rép. 42 parties $\frac{7}{20}$.

12. Quels sont les $\frac{2}{5}$ des $\frac{3}{4}$ de 56 ?

Rép. 28.

13. On achète 148 livres de marchandises, et l'on obtient les $\frac{3}{17}$ de remise pour le poids de l'emballage ; que reste-t-il à payer ?

Rép. 121 livres $\frac{15}{17}$.

14. Un voyageur a 48 lieues à faire en trois jours ; le premier jour, il fait les $\frac{2}{5}$ de la route ; le second jour, il en fait le $\frac{1}{3}$; on demande combien il a marché chaque jour ?

Rép. 19 lieues $\frac{1}{5}$ le 1er jour, 16 le 2e et 12 $\frac{4}{5}$ le 3e.

15. Le jour renfermant 24 heures, combien $\frac{4}{7}$ de jour valent-ils d'heures ?

Rép. 13 heures $\frac{5}{7}$.

16. Une montre avance de $7''\frac{1}{2}$ dans un jour ; de combien avance-t-elle dans $\frac{3}{5}$ de jour ?

Rép. $4''\frac{1}{2}$.

17. Une machine fait 8 mètres de toile par jour ; combien de mètres de toile fera-t-elle en 3 jours $\frac{2}{9}$?

Rép. 25 mètres $\frac{7}{9}$.

18. Quelle sera la part d'une personne qui doit avoir les $\frac{7}{10}$ d'une succession montant à la somme de 14560 fr. ?

Rép. 10192 fr.

19. On veut couper une pièce de toile de 24 mètres en morceaux de $\frac{3}{4}$ de mètre ; combien y en aura-t-il ?

Rép. 32 morceaux.

20. Un voyageur a fait 4 lieues en 5 heures ; combien d'heures emploiera-t-il à faire 16 lieues ?

Rép. 20 heures.

21. Deux voyageurs suivant la même route et dans le même sens sont partis ensemble : le premier fait 4 lieues en 3 heures, et le second, 5 lieues en 4 heures ; de combien l'un va-t-il plus vite que l'autre ?

Rép. La vitesse du premier est de $\frac{1}{15}$ plus grande que celle du second.

22. En $\frac{2}{5}$ de jour un ouvrier a fait les $\frac{5}{11}$ de son ouvrage; combien de jours restera-t-il à le faire?

Rép. 2 jours $\frac{4}{9}$.

23. Pour doubler un vêtement, il a fallu $13^{m}\frac{2}{5}$ de vielle soie, cette étoffe ayant $\frac{5}{4}$ de large; combien aurait-il fallu de mètres de toile à $\frac{4}{5}$ de large, pour doubler le même vêtement?

Rép. 12 mètres $\frac{13}{16}$.

24. Une plante croît de 2 millimètres $\frac{2}{5}$ par jour; combien mettra-t-elle de temps pour croître de 78 millimètres $\frac{5}{6}$?

Rép. 32 jours $\frac{61}{72}$.

Exercices sur les quotients approchés et la conversion des fractions ordinaires en décimales.

Calculer, à moins d'un millième près, le quotient de 695 par 17; — à moins d'un centième près, le quotient de 1935 par 24; — à moins d'un dix-millième près, le quotient de 10 par 11.

Calculer, à moins d'un millième près, le quotient de 47,995 par 67; — à moins d'un millième près, le quotient de 7,36 par 1,87; — à moins d'un dix-millième près, le quotient de 18,4 par 11,72; — à moins d'un centième près, le quotient de 87 par 1,25.

Convertir en décimales, à moins d'un millième près :

$$\frac{60}{13},\ \frac{2}{5},\ \frac{11}{17},\ \frac{42}{111}.$$

Chercher les fractions décimales équivalentes aux fractions :

$$\frac{3}{4},\ \frac{7}{8},\ \frac{23}{200},\ \frac{249}{500},\ \frac{768}{1200}.$$

Exercices sur le système métrique.

Convertir en	myriamètres. . . .	$34548,^{km}7$
—	hectomètres. . . .	$785,^{m}75$
—	mètres.	$9,^{myriam}008$
—	décamètres	$458,^{hectom}0768$
—	kilomètres.	$27,^{decam}75895$
—	ares	$745,^{mq}84$
—	hectares	$7530,^{ares}768$

Convertir en mètres carrés. . . 87,^{hectares}17
— décimètres carrés. 9,^{ares}15

Exprimer en décimètres cubes 17,^{mc}745 ; — en centimètres cubes 86,^{mc}749 ; — en mètres cubes 6187456 décimètres cubes ; — en mètres cubes 7458 centimètres cubes ; — en centimètres cubes 74,^{mc}17.

Évaluer en mètres cubes 6745,^{hectol}17 ; — en litres 2,^{mc}747635 ; en centimètres cubes 0,^{lit}74 ; — en décalitres, 3,^{mc}748.

Combien y a-t-il de décagrammes dans 374,^{k}74 ; — combien de grammes dans 0,^{k}18745 ; — combien d'hectogrammes dans 1,^{k}745 ?

Combien pèsent 45,^{mc}648 d'eau pure à 4° (exprimer le poids en tonnes, kilogrammes et grammes) ? — Une certaine quantité d'eau pèse 3,^{k}757 ; quel est son volume en mètres cubes et en litres ? — Un vase plein d'eau pure à 4° pèse 1,^{k}35 de plus qu'il ne pesait étant vide ; quelle est la capacité de ce vase ? Exprimer cette capacité en mètres cubes et en litres.

Règles de trois simples, composées, de société, etc.

1° 4 ouvriers ont fait 20 mètres d'ouvrage ; combien 9 ouvriers en feront-ils ?

Rép. 45 mètres.

2. Il a fallu 10 journées pour faire 60 mètres d'ouvrage ; combien faudra-t-il de journées pour faire 150 mètres ?

Rép. 25 journées.

3. 30 ouvriers ont fait un ouvrage en 50 heures ; combien 100 ouvriers mettraient-ils d'heures à faire le même ouvrage ?

Rép. 15 heures.

4. Combien faudrait-il de mètres de toile à $\frac{5}{8}$, pour doubler 30 mètres de drap à $\frac{6}{8}$?

Rép. 36 mètres de toile.

5. Si 3 ouvriers travaillant 8 jours et 10 heures par jour ont fait 45 mètres d'ouvrage ; combien en feraient 7 ouvriers de la même force, qui travailleraient 7 jours et 9 heures par jour ?

Rép. 82,^{m}6875.

6. Il faut 230 kil. de foin pour la nourriture de 3 chevaux pendant 4 jours; combien en faudra-t-il pour nourrir 7 chevaux pendant 7 jours?

Rép. 939 kil. $\frac{1}{6}$.

7. Trois personnes ont à partager le bénéfice de la prise d'un vaisseau. La première a fait un fonds de 20000 fr.; la seconde, de 60000 fr.; la troisième, de 120000 fr.; que revient-il à chacune sur la prise entière estimée 800000 fr.?

Rép. 80000 fr. à la 1re, 240000 fr. à la 2e, et 480000 fr. à la 3e.

8. Trois associés ont fait un bénéfice de 2700 fr. Le premier a mis dans l'entreprise 3000 fr. pendant 3 mois; le second 2500 fr. pendant 5 mois, et le troisième 3200 fr. pendant 7 mois. Partager le bénéfice proportionnellement au montant de chaque mise.

Rép. 1er, 553,f53; 2e, 768,f80; 3e, 1377,f67.

9. Deux personnes ont fait en commun un certain travail qui a rapporté 146 fr.; la première a travaillé 7 heures par jour et la seconde 9 heures; faire le partage en proportion.

Rép. 1.re, 63,f88; 2e, 82,f12.

10. Combien 1500 fr. comptant vaudront-ils dans 3 ans, l'intérêt étant à 5 p. 0/0?

Rép. 1725 fr.

11. Quel est l'intérêt de 250 fr. pendant 7 mois, au taux de 6 p. 0/0 par an?

Rép. 8,f75.

12. A quel taux avaient été placés 360 fr., qui au bout de 9 mois ont été payés 372,f15 capital et intérêts compris?

Rép. 4 ½ p. 0/0.

13. Vaut-il mieux placer 12000 fr. à 6 p. 0/0 par an, que d'en placer 7000 à 5 p. 0/0 et 5000 à 7 p. 0/0?

Rép. On gagnera 20 fr. en plaçant le tout à 6 p. 0/0.

14. Combien de rentes 3 p. 0/0 aura-t-on pour 3500 fr., le cours de la rente étant à 72 fr.?

Rép. 145,f83.

15. On a payé 3572,f50 pour avoir 150 fr. de rente 3 p. 0/0; quel était le cours de la rente?

Rép. 71,f45.

16. A quel taux réel place-t-on son argent, quand on achète la rente 3 p. 0/0 au cours de 69,f25?

Rép. $4\frac{1}{3}$.

17. Combien doit-on payer d'escompte à 5 p. 0/0 pour touch sur-le-champ un billet de 4500 fr. payable dans 6 mois?

Rép. 112,f50.

18. Un billet de 6000 fr., payable dans 4 mois, a été escomp 5760 fr. argent comptant; quel est le taux de l'escompte?

Rép. 12 fr.

19. On emploie 200 ouvriers, dont 50 sont payés à raison 40 fr. par mois; 70 à raison de 30 fr.; 50 à raison de 25 fr., et 30 raison de 20 fr.; à combien chaque ouvrier revient-il par moi l'un portant l'autre?

Rép. 29,f75.

20. On fait fondre 70 grammes d'or au titre de 0,90 ave 30 grammes d'or au titre de 0,80; quel est le titre de l'alliage q en résultera?

Rép. 0,87.

FIN.

SBN 607645

Digitized by Google

Digitized by Google

BIBLIOTECA